

Roter Faden Physik  
Elektrostatische Felder  
**10. Auflage**

Elektrische Ladung, Elektrisches Feld, Kondensator

Mit Aufgaben und Lösungen

*von*

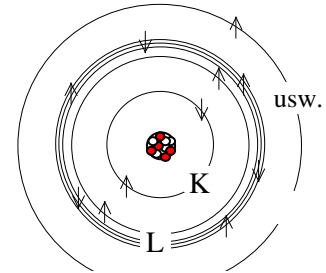
*Dr. Ortwin Fromm*

*Evangelische Schule Frohnau, Berlin*

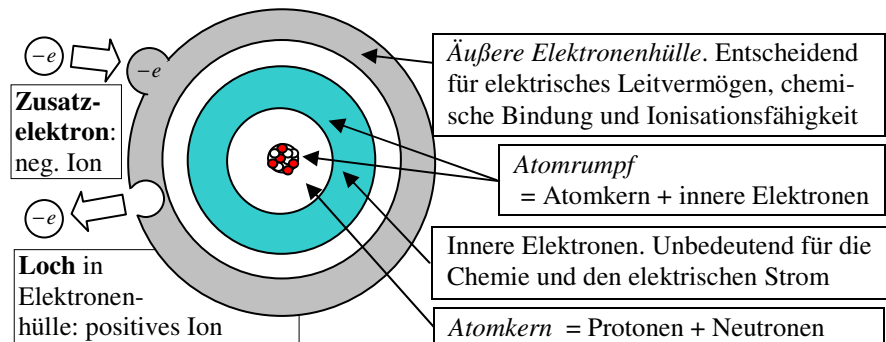
## A) Atom, Ion: Elektrische Ladung, bewegliche Ladungsträger.

Körper sind aus Atomen aufgebaut. Ein Atom besteht aus einem elektrisch *positiv* geladenen Kern und einer elektrisch *negativ* geladenen Elektronenhülle. Der Atomkern erhält seine positive Ladung von den *Protonen*. Protonen und Elektronen besitzen *exakt* den gleichen Ladungswert, jedoch mit umgekehrtem Vorzeichen. Dieser Ladungswert heißt  $e = \text{Elementarladung}$ . Ungleichnamige Ladungen ziehen sich an, gleichnamige stoßen sich ab. Ein „nackter“ Atomkern zieht daher so viele freie Elektronen an, bis die Ladung ausgeglichen ist und ein nach außen *neutrales* Atom entsteht. Die Anziehung von Kern und Hülle sorgt für den *Zusammenhalt* des Atoms, die gegenseitige Abstoßung der Elektronen innerhalb der Hülle sorgt für das *Volumen* des Atoms.

Doch diese Abstoßung allein würde *nur* dazu ausreichen, dass sich die Elektronen in einer winzigen, strukturlosen Kugelschale um den Kern legen. Das vergleichsweise *riesige* Volumen der Atome beruht auf der *Schalenstruktur* der Elektronenhülle und den Besetzungsregeln. Beides sind Folgen der Quantenmechanik. Die Schalen beinhalten jeweils eine gewisse Anzahl von Orbitalen (Bahnen) leicht unterschiedlicher Energie und jedes Orbital darf maximal doppelt mit Elektronen von unterschiedlichem Spin besetzt werden.



Die Elektronen der inneren Schalen sind für die Chemie und die Elektrizität von untergeordneter Bedeutung. Deshalb die Aufteilung in „Atomrumpf“, bestehend aus Kern und inneren Elektronen und „äußere Elektronen“, relevant für Chemie und Elektrizität.



Atome können ionisiert werden: Ein *negatives Ion* entsteht durch Anlagerung eines zusätzlichen Elektrons. Dieses ist meist locker gebunden und springt daher leicht zum Nachbaratom. Ein *positives Ion* entsteht durch Entfernung eines Elektrons aus der Hülle. Dadurch entsteht ein *Loch*, welches ebenso mobil ist, wie das Zusatzelektron des negativen Ions. Bei der Lochwanderung rückt ein Elektron aus der Nachbarschaft nach, wodurch das Loch dann dort hin gelangt. Daraus ergibt sich, welche beweglichen Ladungsträger die Stromleitung im Metalldraht bewirken:

In dem Draht am Pluspol transportieren bewegliche Löcher den elektrischen Strom.



In dem Draht am Minuspol transportieren bewegliche Elektronen den elektrischen Strom.



### Zusammenfassung Kapitel A)

- 1) *Atom*: Das Atom ist elektrisch neutral, weshalb die enorme elektr. Kraft meist nicht zu Tage tritt.
- 2) *Ionisation*: Bei einfacher Minus- bzw. Plus- Ionisation hat die Elektronenhülle ein zusätzliches Elektron bzw. ein Loch. Beide ermöglichen elektrische Leitung.
- 3) *Ladungsträger der Stromleitung*: Auf den Minusleiter(draht) drückt der Minuspol der Batterie frei bewegliche Elektronen. Also erfolgt der Stromfluss auf dem Minusleiter durch Minusteilchen.
- 4) Vom Plusleiter zieht der Pluspol Elektronen ab, so dass frei bewegliche Löcher zurückbleiben. Also erfolgt der Stromfluss auf dem Plusleiter durch Plusteilchen.  
Die Vorwärtsbewegung der Löcher kommt durch Elektronenrücksprünge zustande.

## B) Die elektrische Ladung $Q$ , elektrische Leitung.

1) Jede elektrische Ladung setzt sich aus einer Anzahl von Elementarladungen  $e$  zusammen.

Elektronen bzw. Protonen tragen *eine negative* bzw. *eine positive* Elementarladung  $e$ .

Freie Bruchteile der Elementarladung gibt es nicht. Auf Grund dessen tragen nicht nur Ionen, sondern sämtliche Körper ausschließlich *ganzzahlige* Vielfache der Elementarladung.

Dies wurde 1910 von *Millikan* an Öltröpfchen experimentell nachgewiesen.

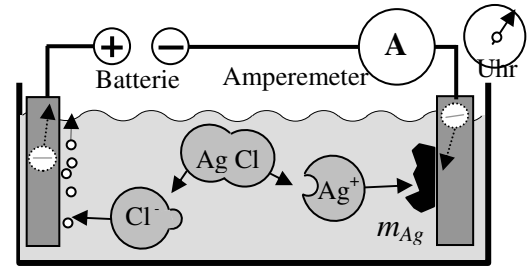
2) Größe und Maßeinheit der elektrischen Ladung.

Die elektrische Ladung wird mit  $Q$  oder  $q$  bezeichnet. Ihre Maßeinheit ist das *Coulomb*. Heutzutage lässt sich das Coulomb über die darin enthaltenen Elementarladungen  $e$  definieren: Es gilt  $1C = 6,241 \cdot 10^{18} e$  bzw.  $1e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ .

Größenvorstellung: 64g Kupfer bestehen aus  $\approx 6 \cdot 10^{23}$  (Avogadrozahl)  $Cu$ -Atomen. Nimmt man ca. jedem hunderttausendsten Atom ein Elektron ab, so ist das Kupferstück mit 1C pos. geladen.

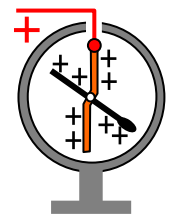
3) Elektrolytische Ladungsmessung nach Faraday.

Durch Stromfluss wird eine Silberchlorid-Lösung zerlegt. Die Menge des abgeschiedenen elementaren Silbers ist ein Maß für die geflossene Ladungsmenge. 1,118mg Silber entsprechen einem Coulomb.



4) Qualitativer Ladungsnachweis durch das Elektroskop.

In einem Metallgehäuse befindet sich eine feste senkrechte Metallstange und ein fast mittig gelagerter, beweglicher Metallzeiger, der im ungeladenen Zustand mit der schweren Seite nach unten fällt. Wird die Stange positiv oder negativ aufgeladen, so verteilt sich die Ladung auf Stange und Zeiger. Die Abstoßung der gleichnamigen Ladung hebt den Zeiger. Der Ausschlag ist dann ein Maß für die aufgebrauchte Ladung.

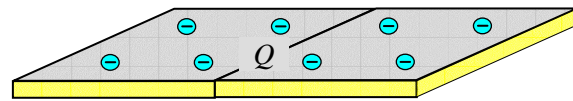
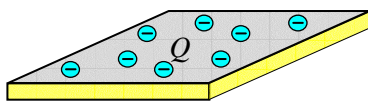


5) Geladene Metallplatten. Flächenladungsdichte  $\sigma$ .

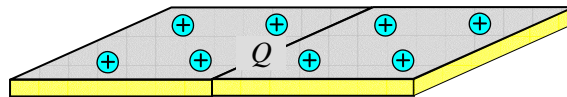
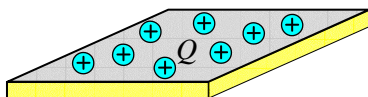
Bringt man eine positive oder negative Ladungsmenge  $Q$  auf eine Metallplatte auf, so verteilen sich die einzelnen Ladungsträger wegen ihrer Beweglichkeit und gegenseitigen Abstoßung *gleichmäßig* auf der *Oberfläche*, das Innere bleibt somit *neutral*. Deshalb betrachtet man die (Ober) *Flächen-Ladungsdichte*  $\sigma$  (sigma) als *Ladung pro Fläche*  $\sigma = Q / A$ .

Verdoppelung der Flächengröße halbiert die Ladungsdichte.

Bei negativer Aufladung werden zusätzliche Elektronen aufgebracht. Wegen ihrer Beweglichkeit im Metall suchen sie maximalen Abstand. Bei positiver Aufladung werden Elektronen abgenommen. Dadurch werden etliche Metallatome positiv ionisiert. Die fehlenden Elektronen stellen *Löcher* in den Elektronenhüllen dar. Löcher kann man als „positive Elektronen“ ansehen, da sie die gleiche Beweglichkeit und gleiche gegenseitige Abstoßung wie Elektronen haben. Auf Grund dessen verteilt sich die aufgebrauchte positive Ladung genauso gleichmäßig wie die negative.



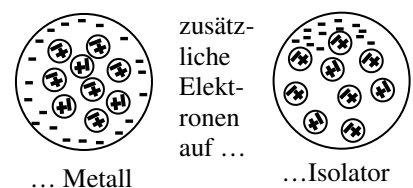
Bei negativer Aufladung werden zusätzliche Elektronen aufgebracht. Wegen ihrer Beweglichkeit und gegenseitigen Abstoßung verteilt sich die Zusatzladung gleichmäßig.



Bei positiver Aufladung werden Elektronen abgenommen. Es entstehen Löcher, die sich wie „positive Elektronen“ benehmen. Das führt ebenfalls zu gleichmäßiger Ladungsverteilung.

6) Zusatzladung auf Isolatoren.

Im Metall verteilen sich die frei beweglichen Ladungsträger auf der *Oberfläche*. Beim Isolator verbleiben die zusätzlichen Elektronen bzw. Löcher an ihrer Einbringungsstelle. Im Inneren herrscht jeweils Neutralität.

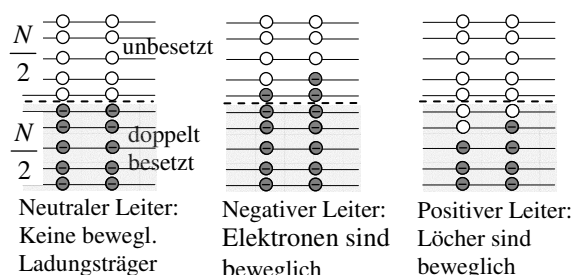


### 7) Elektrische Leitung im Metalldraht, Stromkreis, energetische Betrachtung.

Die Elektronenhülle der Atome besteht aus Schalen. Die K-Schale beinhaltet nur *ein* Orbital. Alle anderen Schalen sind aus *mehreren* Orbitalen aufgebaut. Die Orbitale können maximal *doppelt* besetzt werden. Nun betrachten wir *zwei* chemisch *einwertige* Metallatome, deren äußerste Orbitale also nur *einfach* besetzt sind. Bringt man diese Atome zusammen, so verschmelzen die beiden Atomorbitale (AO's) zu *zwei* neuartigen **Molekülorbitalen** (MO's), die sich über *beide* Atome erstrecken.  $(AO) + (AO) = (2MO's)$

Die beiden Molekülorbitale haben unterschiedliche Energien und auch sie können jeweils maximal *doppelt* besetzt werden. Wird das energieärmere doppelt besetzt, so kommt es zur chemischen Bildung und man zeichnet den Bindungsstrich. Ein Metalldraht besteht aus sehr vielen Metallatomen, doch das Prinzip bleibt das gleiche: Die vormaligen AO's verschmelzen zu „Molekülorbitalen“ unterschiedlicher Energie, welche sich nun über den *gesamten* Festkörper erstrecken. Die Menge aller dieser Orbitale heißt nicht mehr „Schale“, sondern „Band“. Beim Molekül aus zwei Atomen beinhaltet das „Band“ zwei MO's und eins, also die Hälfte, ist doppelt besetzt.

Beim Festkörper aus  $N$  Atomen beinhaltet das Band  $N$  „Molekülorbitale“ und  $N/2$  davon sind doppelt besetzt. Aus der Chemie weiß man, dass sich die beiden Elektronen in doppelt besetzten Orbitalen gegenseitig *blockieren*. So ist es auch im Festkörper: Im neutralen Metalldraht sind die unteren  $N/2$  Niveaus doppelt besetzt und die Elektronen blockieren sich dort. Die Leitfähigkeit in diesem Zustand „eingefroren“.



Energetisches Bild der Orbitale im Metall

Werden die beiden Drähte des zweiadrigen Kabels nun an den Plus- bzw. Minuspol einer Batterie angeschlossen, so *müssen* die zusätzlichen Elektronen auf dem Minusdraht in Orbitale energetisch *oberhalb* der vormaligen Besetzungsgrenze, während auf dem Plusdraht Löcher energetisch *unter* der vormaligen Besetzungsgrenze verbleiben. Dadurch ergibt sich außer dem Ladungs-, auch ein Energieunterschied. Elektronensprung gibt es auch bei der *optischen* Atomanregung. Doch dabei verbleibt das angeregte Elektron *in* seinem Atom und rekombiniert dort auch wieder. Die Batterie hingegen bewirkt Elektronensprünge zwischen *delokalisierten* „Molekülorbitalen“. In diesen über den gesamten Draht ausgebreiteten Orbitalen überwinden die winzigen Elektronen und Löcher beim Stromfluss leicht makroskopische Distanzen.

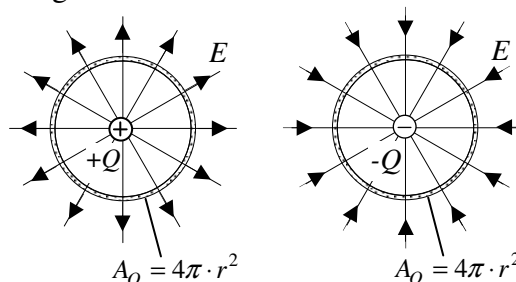
#### Zusammenfassung Kapitel B)

- 1) *Elektrische Ladung*: Alle elektrischen Ladungen sind Vielfache der Elementarladung  $e$ .
- 2) *Ladungsverteilung*: Zusätzliche Elektronen, wie auch Löcher sind frei beweglich und verteilen sich auf der Metalloberfläche gleichmäßig. Zur Beschreibung verwendet man die Ladungsdichte  $\sigma$ .
- 3) *Elektrische Leitung, Stromkreis*: Ohne Batterieanschluss sind die Elektronen blockiert. Der Anschluss bewirkt Ladungstrennung und Energieaufnahme durch Anregung analog der Elektronenanregung im Atom **sowie** freie Beweglichkeit der räumlich *getrennten* Elektronen und Löcher auf den beiden Leitern. Die Rekombination erfolgt im Verbraucher unter Energieabgabe.

### C) Elektrische Ladung und elektrisches Feld

#### 1) Coulomb-Gesetz: Quadratisches Entfernungsgesetz

Eine punktförmige Masse ist von einem radialen Gravitationsfeld umgeben. Entsprechend ist eine punktförmige elektrische Ladung von einem radialen elektrischen Feld umgeben. Die *Dichte* der Feldlinien steht wieder für die *Feldstärke*. Analog zur Gravitation verschwinden Feldlinien nicht von alleine. Deswegen bleibt die von einer Ladung ausgehende *Anzahl* von Feldlinien konstant und die Feldlinien müssen immer größer werdende Kugeloberflächen durchdringen. Da deren Flächeninhalt aber mit  $r^2$  *zunimmt*, nimmt die Feldstärke mit  $r^2$  *ab*. In der Elektrizität gibt zwei Ladungsarten, Plus und Minus. Eine positive Probeladung wird von  $+Q$  abgestoßen und von  $-Q$  angezogen. Da die



Feldlinienrichtung nach der Kraftrichtung auf eine *positive* Probeladung definiert ist, laufen die Feldlinien aus  $+Q$  heraus und in  $-Q$  hinein.

Nach dem Gesagten, enthält sowohl die Feldformel von Newton als auch die von Coulomb den Faktor  $1/r^2$ . Aber während die Gravitationskonstante  $\gamma$  der Newtonformel im Zähler steht, steht die elektrische Feldkonstante  $\epsilon_0$  der Coulombformel im Nenner. Desweiteren kommt die Ursache der quadratischen Feldabschwächung, nämlich die mit  $4\pi r^2$  größer werdende Oberfläche der Kugelschale, in der Coulombformel unmittelbar zum Ausdruck.

Vergleich der Newtonschen und Coulombschen Feldformel:  $G = \gamma \frac{M}{r^2}$   $E = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{4\pi \cdot r^2}$ .

Das Vorzeichen von  $Q$  wurde hier nicht berücksichtigt.

Für die elektrische Feldkonstante gilt.  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} C^2 / J m$ .

Zahlenvergleich:

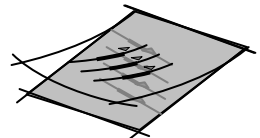
Bei Einsetzen von  $M$  in  $kg$  und  $r$  in  $m$  erhält man  $G$  in  $m/s^2$  gem.  $G = 6,673 \cdot 10^{-11} \cdot M / r^2$

Bei Einsetzen von  $Q$  in  $C$  und  $r$  in  $m$  erhält man  $E$  in  $N/C$  gem.  $E = 8,99 \cdot 10^9 \cdot Q / r^2$ .

*Ergebnis:* Das elektrische Feld hat zwar die gleiche Entfernungsabhängigkeit wie die Gravitation, doch in Standardmaßeinheiten berechnet, ist das elektrische Feld etwa  $10^{20}$  mal so stark wie die Gravitation. Das macht die Elektrizität für die Energieübertragung so attraktiv, zumal sie ohne Ladungstrennung durch Dynamomaschine, Batterie, usw. ungefährlich im Atom versteckt ist.

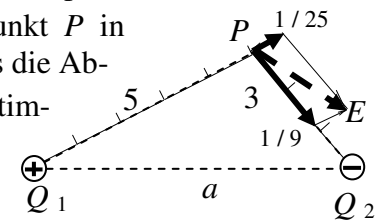
2) Überlagerungsprinzip = Superpositionsprinzip.

Felder verschiedener Ladungen *beeinflussen* sich nicht, sie *überlagern* sich nur. Die *vektorielle* Addition führt zu *scheinbarer* Feldlinienverbiegung.

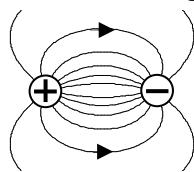


3) Feldstärke zweier Punktladungen, zeichnerische Konstruktion eines Dipolfeldes

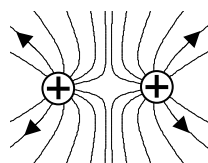
Zeichne die beiden Punktladungen im Abstand  $a$ . Wähle einen Punkt  $P$  in welchem die Überlagerungsfeldstärke bestimmt werden soll. Miss die Abstände  $PQ_1$  und  $PQ_2$  und berechne die reziproken Quadrate. Bestimme so die beiden Teilfeldstärken. Setze entsprechend lange Vektorpfeile in  $P$  an. Vektoraddition ergibt dann die in  $P$  herrschende Gesamtfeldstärke  $\vec{E}$ . Mit dieser Methode lassen sich alle Überlagerungen konstruieren.



4) Spezielle Überlagerungsfelder.

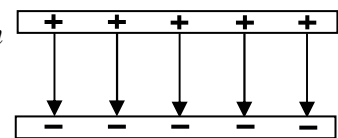


Dipolfeld (anziehend)



Dipolfeld (abstoßend)

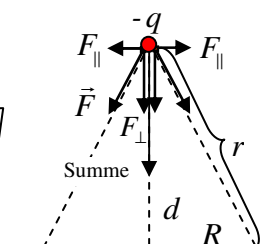
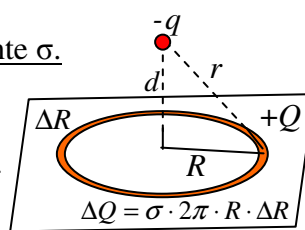
Durch die *Vektoraddition* scheinen sich die Feldlinien zu „*verbiegen*“.



Homogenes Feld

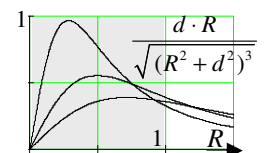
5) Feldstärke  $E$  einer großen Platte der Ladungsdichte  $\sigma$ .

Ist die Ladung  $+Q$  gleichmäßig auf einem Blech verteilt, so erfährt  $-q$  (s.Abb.) die Kraft aller Teilrings mit  $\Delta Q = \sigma \cdot 2\pi \cdot R \cdot \Delta R$ . Die  $F_{||}$ -Komponenten heben sich auf. Wegen  $F_{\perp} / F = d / r$  ist die



Anziehungskraft eines Ringes dann  $\Delta F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot \sigma \cdot 2\pi \cdot R \cdot \Delta R}{r^2} \cdot \frac{d}{r}$ . Mit

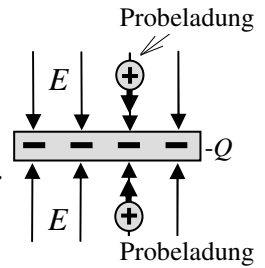
$r = (R^2 + d^2)^{1/2}$  folgt  $\Delta F = \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{q \cdot \sigma \cdot d \cdot R}{(R^2 + d^2)^{3/2}} \Delta R$ . Die Kraft aller Ringe erhält man durch Summation, bzw. den Flächeninhalt unter nebenstehenden Kurven.



Anfangs ist die Ringfläche klein, anschließend wird die Entfernung groß und die Kraft klein. Erstaunlicherweise ist der Flächeninhalt, unabhängig vom Abstand  $d$ , immer gleich  $\underline{1}$ . Damit folgt  $F = q \cdot \sigma / 2\epsilon_0$ . Wegen

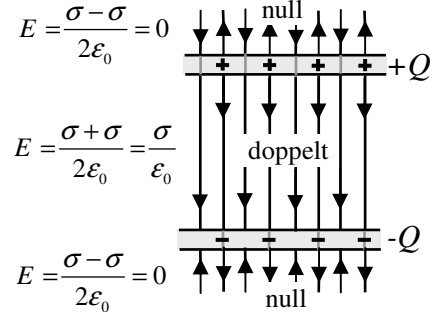
$$E = F / q \text{ wird daraus oberhalb und unterhalb der Platte } E = \frac{Q}{2\epsilon_0 A} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Die Feldlinien der (unendlichen) ebenen Platte verlaufen demnach ungeschwächt von den homogen verteilten Plattenladungen parallel bis ins Unendliche.



6) Elektrische Feldstärke zwischen zwei unterschiedlich geladenen Platten: Plattenkondensator

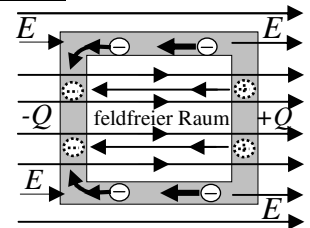
Zwei „unendlich“ große Platten seien entgegengesetzt gleich geladen. Pro Flächeneinheit  $A$  tragen sie die Ladung  $\pm Q = \pm \sigma \cdot A$ . Beide Platten sind dann jeweils von oben und unten mit homogenen Feldern umgeben, die sich störungsfrei überlagern. Obwohl beide Felder überall vorhanden sind, hat man als Ergebnis der Überlagerung *außerhalb* der Platten doch die Feldstärke *null*, also einen feldfreien Raum.



Zwischen den Platten gilt Verdoppelung: 
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot A}$$

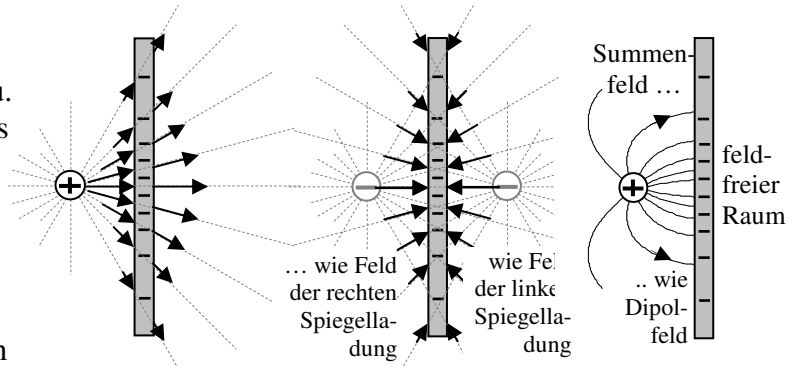
7) Faradayscher Käfig = Superposition mit Sekundärfeld ergibt feldfreien Raum.

Wird ein Metallrahmen in ein elektrisches Feld der Stärke  $E$  eingebracht, so zieht  $E$  die Elektronen in den Schenkeln oben und unten nach links. Dadurch wird der linke Schenkel negativ und der rechte positiv aufgeladen. Nach C6) entsteht dadurch zwischen den Schenkeln ein begrenztes homogenes, dem Originalfeld *entgegen* gerichtetes, Sekundärfeld. Die Superposition von Originalfeld und Sekundärfeld bringt dann im Inneren des Käfigs einen *feldfreien* Raum. So werden Räume oder Kabelinneres feldfrei gehalten.



8) Abschirmung eine Ladung durch Metallblech = Superposition mit Sekundärfeld, Spiegelladung.

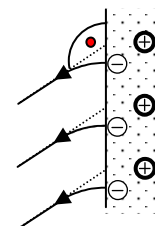
*Links:* Eine  $\oplus$ -Ladung steht vor einem neutralen Metallblech. Die Feldlinien laufen schräg darauf zu. Dadurch werden  $\ominus$ -Ladungen des Bleches zur Mitte verschoben.  
*Mitte:* Die  $\ominus$ -Ladungen erzeugen ein Sekundärfeld, das rechts so aussieht, als würde es von einer linken *Spiegelladung* erzeugt und links so aussieht, als würde es von einer rechten *Spiegelladung* erzeugt.



*Rechts:* Die Überlagerung des ursprünglichen Feldes mit dem durch *Influenz* entstandenen Sekundärfeld ergibt links ein halbes Dipolfeld und rechts einen *feldfreien* Raum. Die vor dem Blech stehende Ladung wird also durch das Blech *abgeschirmt*.

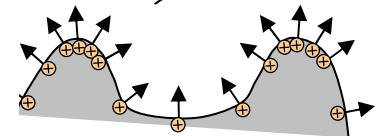
9) Influenz auf Metalloberfläche: Senkrechter Feldlinienverlauf.

Influenz = *Beeinflussung* einer Ladungsverteilung durch ein elektrisches Feld: Treffen Feldlinien  $E$  schräg auf eine Metalloberfläche, so ist die senkrechte Komponente  $E_{\perp}$  wirkungslos, während  $E_{\parallel}$  die beweglichen Ladungsträger so weit verschiebt, bis die Feldlinien des Summenfeldes von Original- und Sekundärfeld *senkrecht* auf der Oberfläche stehen.



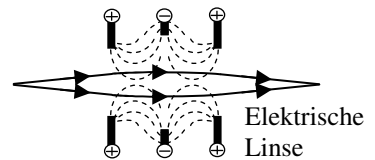
10) Felder über gekrümmten Flächen.

Die Ladung konzentriert sich in Bereichen starker Flächenkrümmung. Deshalb besteht hier eine große Feldliniendichte und damit eine große Feldstärke. *Technische Anwendung:* Blitzableiterspitze, Feldemissionsmikroskopie.



### 11) Technische Anwendungen

Die Anziehungs- bzw. Abstoßungskraft wird technisch genutzt:  
Lackieren, Rauchgasreinigung, Ionenantrieb von Raketen,  
Elektrostatische Linsen im Elektronenmikroskop.



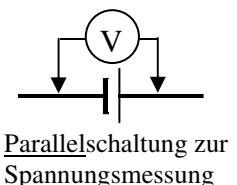
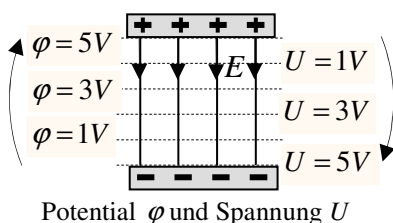
#### Zusammenfassung Kapitel C)

- 1) **Elektrisches Feld einer Punktladung:** Die Feldlinien verlaufen radial bis ins Unendliche. Die Richtung bestimmt sich aus der Krafrichtung auf eine pos. Probeladung. Wie in der Gravitation gilt hier das quadratische Abstandsgesetz. Elektr. ist ca.  $10^{20}$  mal stärker als Gravitation.
- 2) **Überlagerungsfelder:** Das Superpositionsprinzip erklärt die Feldformen von Dipol und ausgedehnter Blechplatte. Hier gilt  $E = Q/2\epsilon_0 A$ .
- 3) **Plattenkondensator:** Er besteht aus zwei „gegengleich“ aufgeladene Metallplatten. Im Inneren herrscht Feldverdopplung mit  $E = Q/\epsilon_0 A$ . Das Äußere ist feldfrei.
- 4) **Influenz und Abschirmung:** Influenz ist Ladungsverschiebung durch Feldeinwirkung. Influenz erklärt den feldfreien Raum im Faradayschen Käfig und die Abschirmung einer Ldg. durch eine Metallplatte

### D) Kraft, Arbeit, Potential, Spannung, Kondensator: Formel und Eigenschaften.

#### 1) Vergleich: Gravitation / Elektrostatik

	Gravitation	Elektrostatik	Maßeinh
Feldstärke eines Punktes	$G = \gamma \cdot \frac{M}{r^2}$	$E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$	$N/kg$ bzw. $N/C$
Kraft zwischen zwei Punkten	$F_G = \gamma \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{r^2}$	$F_E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$	<u>Newton</u>
Homogenes Feld	Feldstärke $G$ = Ortsfaktor = Buchstabe $g$	$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{Q}{2\epsilon_0 A}$	$N/kg$ bzw. $N/C$
Kraft im homogenen Feld	$F_G = m \cdot g$	$F_E = q \cdot E$	<u>Newton</u>
Arbeit bzw. potentielle Energie im homogenen Feld	$w = m \cdot g \cdot h$	$w = q \cdot E \cdot d$	<u>Joule</u>
Potential $\varphi = w_{pot} / \dots$	$\varphi = \frac{w}{m} = g \cdot h$ Maßeinh $\frac{J}{kg}$	Potential aufgenommene Energie pro Ldg. $\varphi = \frac{w}{q} = E \cdot d$	$\underline{Volt} = \frac{J}{C}$
Für $U$ und $\varphi$ gelten die gleichen Formeln nur die Zählrichtung ist umgekehrt	„Spannung“ wird für die Gravitation nicht definiert.	<b>Spannung <math>U =</math> abgegebene Energie pro Ldg.:</b> $U = \frac{w}{q} = E \cdot d$	$\underline{Volt} = \frac{J}{C}$



## E) Der Kondensator

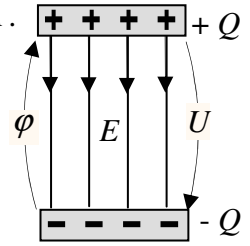
- 1) Kapazität. Aufladung der Platten mit  $\pm Q$  erbringt die Feldstärke  $E = Q / \epsilon_0 A$ . Wegen  $U = E \cdot d$  sieht man, dass die Spannung  $U = Q \cdot d / \epsilon_0 A$  proportional zur Ladung  $Q$  ist. Im Umkehrschluss ist dann auch  $Q$  proportional zu  $U$ :

Umstellen ergibt  $Q = \frac{\epsilon_0 A}{d} \cdot U$ . Diese Formel zeigt, dass das Plattenpaar nicht nur ein *Feldspeicher*, sondern auch ein *Ladungsspeicher* ist. Der Prop-

faktor  $C = \epsilon_0 A / d$  heißt *Kapazität* des Kondensators.  $C = \epsilon_0 A / d$  ist die *baubedingte* Formel der Kapazität. Einsetzen von  $C$  in obige Gleichung ergibt die *Kondensatorformel*  $Q = C \cdot U$ .

Auflösen nach  $C$  liefert die *Messformel* für die Kapazität.  $C = Q / U$ .

Diese Formel liefert mit  $F = C / V$  auch die Maßeinheit *Farad* der Kapazität:.



- 2) Kraft zwischen den Kondensatorplatten ausgedrückt in U. Experimentelle  $\epsilon_0$ -Bestimmung. Die Anziehungskraft zwischen zwei gleich großen *Punktladungen*  $\pm Q$  beträgt nach dem Coulombschen Kraftgesetz  $F = \frac{Q^2}{4\pi \epsilon_0 \cdot r^2}$ . Mit welcher Kraft ziehen sich die mit  $\pm Q$  geladenen

Kondensatorplatten an? Aus  $W = F \cdot d$  und  $W = \frac{1}{2} C \cdot U^2$  ergibt sich  $F = \frac{\epsilon_0 A U^2}{2 d^2}$ .

Diese Gleichung dient zur experimentellen  $\epsilon_0$ -Bestimmung.

- 3) Veränderung des Plattenabstandes d eines Kondensators mit fester Flächengröße A.

Ein Plattenkondensator mit Plattenabstand  $d$  und Kapazität  $C = \epsilon_0 \cdot A / d$  sei an eine Spannungsquelle  $U$  angeschlossen, sodass die Ladung  $Q$  auffließt. Daraus ergeben sich Feldstärke  $E = U / d$  und Feldenergie  $W = \frac{1}{2} Q U$ . Nun wird der Plattenabstand z.B. auf den Wert  $3 \cdot d$  vergrößert. Gesucht sind die Werte von  $Q, C, U, W$  und  $E$  nach der Abstandsvergrößerung. Die Änderung des Plattenabstandes erbringt je nach Situation unterschiedliche Ergebnisse.

- a) Veränderung des Plattenabstandes bei abgeklemmter Spannungsquelle.

Die Ladungen  $\pm Q$  können jetzt weder auf- noch abfließen, deshalb bleibt  $Q$  konstant.

	Konst=Q	Abstand	Kapazität	Spannung	Energie	Feldstärke
vorher	$Q$	$d$	$C$	$U$	$W$	$E$
nachher	$Q$	$3 \cdot d$	$C/3$	$3U$	$3W$	$E$
	konstant		antiprop.	prop.	prop.	konstant

- b) Veränderung des Plattenabstandes bei angeschlossener Spannungsquelle.

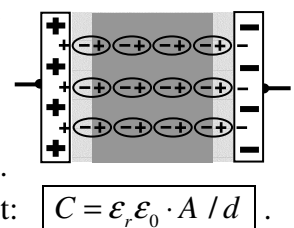
Die Batterie erzwingt *Spannungsgleichheit*. Die Feldstärke  $E = U / d$  nimmt mit  $d$  ab.

	Q	Abstand	Kapazität	Spannung	Energie	Feldstärke
vorher	$Q$	$d$	$C$	$U$	$W$	$E$
nachher	$Q/3$	$3d$	$C/3$	$U$	$W/3$	$E/3$
	antiprop.		antiprop.	konstant	antiprop.	antiprop.

- 4) Einbringen eines Dielektrikums zwischen die Platten

Isolatormaterial polarisiert sich im elektrischen Feld. Im Inneren hebt sich die Wirkung auf. An den Rändern bilden sich Ladungshäute, wodurch bei gleicher anliegender Spannung weitere Ladungen auf die Platten gezogen werden. Dadurch vergrößert sich das Verhältnis  $Q/U$  und somit die Kapazität. Der Vergrößerungsfaktor heißt relative Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_r$ .

Glas:  $\epsilon_r = 2$ , für Keramik und Oxydhäute.:  $\epsilon_r \approx 10^4$ . Mit Dielektrikum gilt:



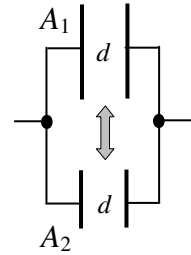
$$C = \epsilon_r \epsilon_0 \cdot A / d$$



5) Parallelschaltung von Kondensatoren.

Zur Bestimmung der Gesamtkapazität zweier parallel geschalteter Kondensatoren betrachten wir einfachheitshalber beide Kondensatoren mit gleichem Plattenabstand  $d$  und unterschiedlicher Plattengröße. Man kann die beiden Plattenpaare dann gedanklich zusammen schieben und erhält *einen* Kondensator mit der Fläche  $A = A_1 + A_2$  und damit der Kapazität

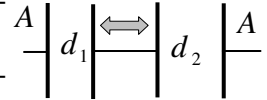
$$C = \epsilon_0 \cdot A / d = \epsilon_0 \cdot (A_1 + A_2) / d = C_1 + C_2. \text{ Daher gilt } \underline{\underline{C_{Parallel} = C_1 + C_2}}$$



6) Reihenschaltung von Kondensatoren

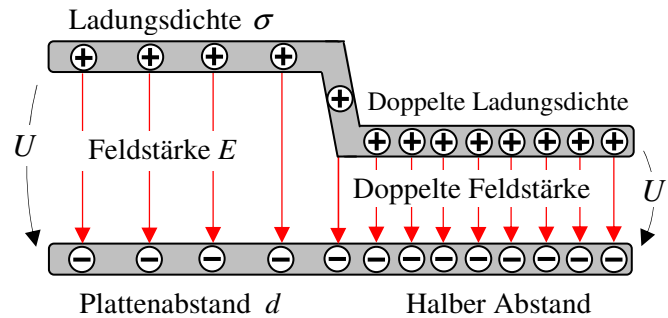
Zur Bestimmung der Gesamtkapazität zweier in Reihe geschalteter Kondensatoren betrachten wir einfachheitshalber beide Kondensatoren mit gleicher Plattengröße  $A$  und unterschiedlichen Plattenabständen. Die beiden mittleren Platten kann man gedanklich zusammenschieben und das gemeinsame Blech dann seitlich herausziehen. Dadurch erhält man *einen* Kondensator mit dem Plattenab-

stand  $d = d_1 + d_2$ . Aus  $d_1 = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{C_1}$  und  $d_2 = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{C_2}$  folgt  $\frac{1}{C_{Reihe}} = \frac{d}{\epsilon_0 \cdot A} = \frac{d_1}{\epsilon_0 \cdot A} + \frac{d_2}{\epsilon_0 \cdot A} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$



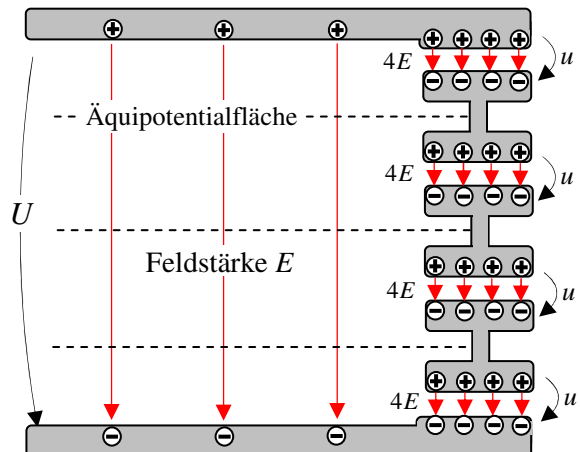
7) Feldstärke, Ladungsdichte und Spannung am geknickten Kondensator.

Im Kondensator sind die Ladungsdichte  $\sigma$  und die Feldstärke  $E$  durch  $E = \sigma / \epsilon_0$  verbunden. Bis auf den Proportionalitätsfaktor  $1/\epsilon_0$  sind  $E$  und  $\sigma$  also gleich. Dem entspricht, dass „von jeder Ladungsportion eine Feldlinie ausgeht“. Wie verteilt sich die Ladung im *geknickten* Kondensator, dessen Plattenabstand rechts halb so groß ist wie links? Die beweglichen Plus- und Minusladungen folgen ihrer gegenseitigen Anziehung und wandern in den Bereich des kleineren Plattenabstandes. Wandert jedoch alle Ladungen dorthin, so wäre die linke Seite feldfrei. Dann könnte man dort eine Probeladung  $q$  ohne Arbeit von der Unterplatte zur Oberplatte verschieben, um sie anschließend rechts unter Energieabgabe zurück fallen zu lassen. Man hätte ein *Perpetuum mobile*, das geht nicht. Also müssen links gerade so viele Ladungen verbleiben, damit die Probeladung beim Überführen dort genauso viel Energie aufnimmt, wie sie rechts wieder abgibt. Das zeigen auch die Formeln: Die Feldstärke wird nämlich durch  $E = \phi / d$  bzw.  $E = U / d$  gesteuert: Potential bzw. Spannung zwischen den Platten müssen aber an *jeder Stelle gleich groß* sein. D.h., im rechten Bereich, mit  $d/2$ , muss die Feldstärke *doppelt* so groß sein wie im linken. Damit ist auch die Ladungsdichte rechts doppelt so groß wie links.



8) Besondere Anordnung von Kondensatoren.

Die Abb. zeigt zwei geladene Metallplatten, die durch drei neutrale  $\Gamma$ -förmige Metallstücke überbrückt werden. Durch Influenz erfolgt in den  $\Gamma$ -Stücken Ladungstrennung, so dass eine Reihenschaltung von vier kleinen Kondensatoren entsteht. Die Summe der vier kleinen Plattenabstände in der Abb. ist gleich einem Viertel des großen Plattenabstandes. Da nur die Leerräume zählen, ist die Feldstärke nach 6) in diesen Zwischenräumen viermal so groß wie zwischen den ursprünglichen Platten. Dadurch stimmt auch die Summe der Teilspannungen  $4 \cdot u$  mit der Spannung  $U$  überein.

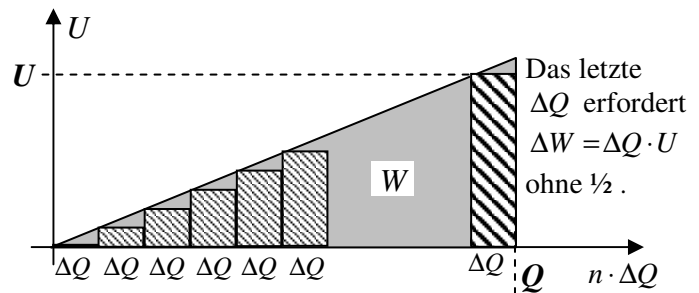
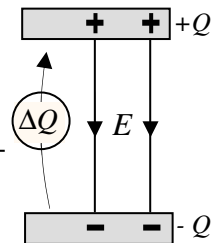


### Zusammenfassung Kapitel D)

- 1) *Elektrische Kraft*: Es gibt große Analogien zwischen Gravitation und Elektrik. So ist die Kraft auch hier prop. zu Feldstärke und Kennzahl des Probekörpers. Für eine Punktladung folgt daraus das Coulombsche Kraftgesetz. Im Kondensator ergibt sich ein homogenes Kraftfeld.
- 2) *Arbeit*: Sie wird mit einer pos. Probeladung definiert. Wieder gilt "äußere Kraft  $\times$  innerer Weg".
- 3) *Potential und Spannung*: Beide Größen folgen den *gleichen* Formeln und haben die Maßeinh. Volt. Potential = verrichtete Arbeit bzw. potentielle Energie pro Probeladung:  $\varphi = w/q$ .  
Spannung = zurückgegebene Arbeit pro Probeladung:  $U = w/q$ .  
Der Unterschied zwischen  $\varphi$  und  $U$  ist die Zählrichtung.  $U$  und  $E$  sind verbunden durch  $U = E \cdot d$ .
- 4) *Kondensator*: Hier gilt  $E$  prop.  $Q$ . Mit  $U = E \cdot d$  wird daraus:  $U$  prop.  $Q$ . Umkehrung: Kondensator = Ladungsspeicher. Er speichert eine zu  $U$  prop. Ladung  $Q$ . Prop-faktor = Kapazität  $C$ .
- 5) Einbringen eines *Dielektrikums* vergrößert die Kapazität.
- 6) Je nach Anschlussart beeinflusst die Änderung der Plattenabstandes die Größen unterschiedlich.
- 7) Zwischen verformten Platten herrscht an *jeder* Stelle die *gleiche* Spannung  $U$ , wodurch sich Feldstärke und Ladungsdichte an den Engstellen vergrößern.

### F) Aufladung eines Kondensators, Feldenergie.

- 1) Ladearbeit: Nur wenn die Aufladung der Platten  $\pm 1e$  betragen soll, erfolgt sie schlagartig. Jede größere Ladungsmenge  $\pm Q$  fließt zwangsläufig *schrittweise* auf. Für die Rechnung zerlegt man  $Q$  daher in Teilladungen  $\Delta Q$  und überführt diese einzeln. Das erste  $\Delta Q$  erfordert keine Arbeit, denn noch sind die Platten ungeladen und es gilt  $E = 0$ . Nach  $n$  Schritten beträgt die Plattenladung  $Q = n \Delta Q$ . Dadurch wachsen die Feldstärke  $E = Q/\epsilon_0 A$ , sowie die Spannung  $U = E \cdot d$  proportional mit der Schrittzahl an. Für die folgenden  $\Delta Q$ 's wird die Arbeit  $\Delta W = U \cdot \Delta Q$  daher immer größer. Die gesamte Ladearbeit ergibt sich wieder als Flächeninhalt eines Arbeitsdiagramms. Auf der y-Achse wird jetzt die Spannung  $U$  aufgetragen, die für das jeweilige  $\Delta Q$  gilt. Auf der x-Achse wird die Ladung  $Q = n \cdot \Delta Q$  notiert, welche bereits aufgebracht wurde. Der Flächeninhalt eines Rechteckes beträgt dann  $\Delta Q \cdot U$ . Mit  $U = \Delta W / \Delta Q$  wird daraus  $\Delta Q \cdot U = \Delta Q \cdot \Delta W / \Delta Q = \Delta W$ , also die Ladearbeit für den  $(n+1)$ -ten Schritt. Alle Rechtecke zusammen ergeben ein Dreieck. Der Flächeninhalt des Dreieckes stellt somit die gesuchte Arbeit dar. Es folgt:  $W = \frac{1}{2} Q \cdot U$ . Mit Hilfe der Kondensatorformel  $Q = C \cdot U$  lässt sich das umschreiben:



$$W = \frac{1}{2} Q \cdot U \quad . \quad Q = C \cdot U \quad \text{einsetzen:} \quad W = \frac{1}{2} C \cdot U^2 \quad . \quad U = Q/C \quad \text{einsetzen:} \quad W = \frac{1}{2} Q^2 / C$$

Merke: Für den letzten Ladeschritt ist die Arbeit  $\Delta W = \Delta Q \cdot U$  (ohne  $\frac{1}{2}$ ) erforderlich.

### 2) Feldenergie, Energiedichte des Feldes

Die Ladearbeit wird zu *potentieller Energie* der getrennten Ladungen  $\pm Q$ .

Es gibt aber noch eine *andere Interpretation* für den Verbleib der Ladearbeit:

Ausgangspunkt ist die Formel  $W = \frac{1}{2} Q^2 / C$  für die Ladearbeit.

Mit  $C = \epsilon_0 A / d$  wird daraus  $W = \frac{1}{2} Q^2 d / \epsilon_0 A$ . Je mehr Ladung auf den Platten, desto höher die Feldstärke, es gilt  $E = Q / \epsilon_0 \cdot A$ . Umstellung ergibt  $Q = \epsilon_0 \cdot A \cdot E$ . Setzt man dies ein, so folgt

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(\epsilon_0 \cdot A \cdot E)^2 \cdot d}{\epsilon_0 A} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_0^2 \cdot A^2 \cdot E^2 \cdot d}{\epsilon_0 A} = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot E^2 \cdot \underbrace{A \cdot d}_V$$

Das Produkt aus Plattenfläche  $A$  und Plattenabstand  $d$  ist gerade gleich dem Volumen  $V$  des felderfüllten Raumes zwischen den Platten. Damit folgt:  $W = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot E^2 \cdot V$ .

Interpretation: Die Ladearbeit steckt im Feld, denn  $W$  ist in dieser Form nur noch von der Feldstärke  $E$  und dem Volumen des felderfüllten Raumes abhängig.

Division durch  $V$  liefert dann die *Energiedichte* des elektrischen Feldes  $W/V = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$ .

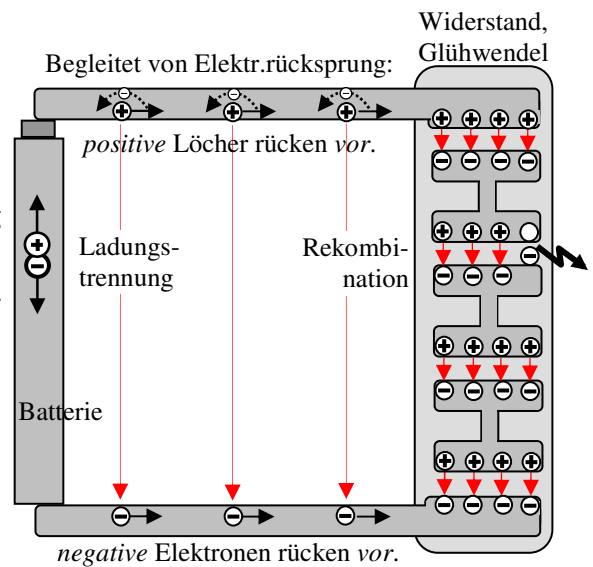
**Zusammenfassung Kapitel E)**

- 1) *Ladearbeit:* Die Arbeit zur Aufladung eines Kondensators mit  $\pm Q$  kann man *nicht* in einem Schritt berechnen, da  $U$  mit zunehmender Aufladung steigt. Für die erste Teilladung  $\Delta Q$  ist keine Arbeit erforderlich. Die letzte Teilladung erfordert  $\Delta W = \Delta Q \cdot U$ . Im Mittel ergibt sich  $W = \frac{1}{2} Q \cdot U$ .
- 2) *Feldenergie:* Die Ladearbeit wird zu potentieller Energie. Je nach Interpretation sitzt diese in den getrennten Ladungen  $\pm Q$  oder das elektrische Feld selbst ist Träger dieser Energie.

**G) Stromkreis.**

Der Begriff des Stromkreises führt zu einer Reihe von **Irrtümern**. Von renommierten Autoren liest man sinngemäß, dass die unverbundenen Leiter zwar geladen seien, dass sie aber im geschlossenen Stromkreis durch die Driftbewegung der Elektronen neutralisiert würden. Das ist falsch: Wegen  $E = \sigma / \epsilon_0$  gehen Feld und Ladung Hand in Hand: Wären die Leiter beim Stromfluss neutral, so wäre  $E$  dort null und man könnte die Leiter berühren *ohne* einen Schlag zu bekommen. Auch ein parallel geschalteter Widerstand würde *keinen* Strom führen. Auch reicht die Driftbewegung nicht, die elektrische *Energie* zu transportieren, zumal  $W_{kin}$  in den driftenden Elektronen verbleibt.

Tatsächlich bewegen sich im Minusleiter die negativen Elektronen und im Plusleiter die positiven Löcher **parallel** zueinander von der Batterie zum Widerstand. In der Batterie wird durch *Ladungstrennung* Energie aufgenommen, welche im Widerstand durch *Rekombination* wieder frei wird. Die Löcherwanderung wird von Elektronenrücksprüngen auf einem energetisch tieferen Niveau bewirkt.



Ein Widerstand ist ein schlechter Leiter. Wir stellen uns vor, dass gut leitendes Material immer wieder durch kleine Höhlen unterbrochen wird. Die Batteriespannung fällt dann über die Summe der winzigen Höhlen ab, wodurch dort enorme Feldstärken entstehen, welche Ladungsübersprung, Rekombination und Energiefreisetzung bewirken. Die Orte dieses Geschehens sind zufällig. Die Rekombination schwächt die Ladung am Höhlenrand. Diese Abschwächung überträgt sich durch Influenz blitzschnell bis auf die Leiter, so dass die Feldstärke der Batterie dann das Gegenfeld zwischen den Leitern übersteigt. Durch erneute Ladungstrennung stellt die Batterie die alte Feldstärke wieder her. Durch fortwährendes Rekombinieren und *Nachladen* entsteht ein *Stromfluss*, der im Minus- bzw. im Plusleiter von Elektronen bzw. Löchern getragen wird. Bzgl. der technischen Stromrichtung bildet sich so ein *geschlossener Stromkreis* mit *gleicher* Stromstärke an *jeder* Stelle.

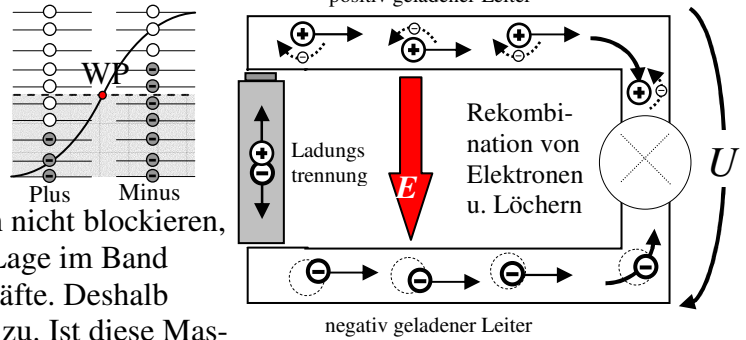
Elektrische Leistung.

Auch die beiden Drähte des Stromkabels stellen einen *Kondensator* dar. Um sie für den Stromfluss mit freien Elektronen und Löcher *auszustatten*, ist zunächst die *Ladearbeit*  $W = \frac{1}{2} Q \cdot U$  zu verrichten. Bei der Rekombination wird Energie frei. Die *Nachladearbeit* entspricht aber dem letzten „Streifen“ auf S.10 und benötigt daher die Arbeit  $\Delta W = \Delta Q \cdot U$  (ohne  $\frac{1}{2}$ ). Die pro Zeit  $\Delta t$  verrichtete Arbeit ist die *Leistung*  $P$ . Also gilt  $P = \Delta W / \Delta t = \Delta Q \cdot U / \Delta t$ . Da  $U$  wegen jeweils sofortigem Nachladen praktisch konstant bleibt, folgt  $P = U \cdot \Delta Q / \Delta t = U \cdot I$ , denn  $I = \Delta Q / \Delta t$ . Also  $P = U \cdot I$

## Die drei Bilder vom Stromkreis.

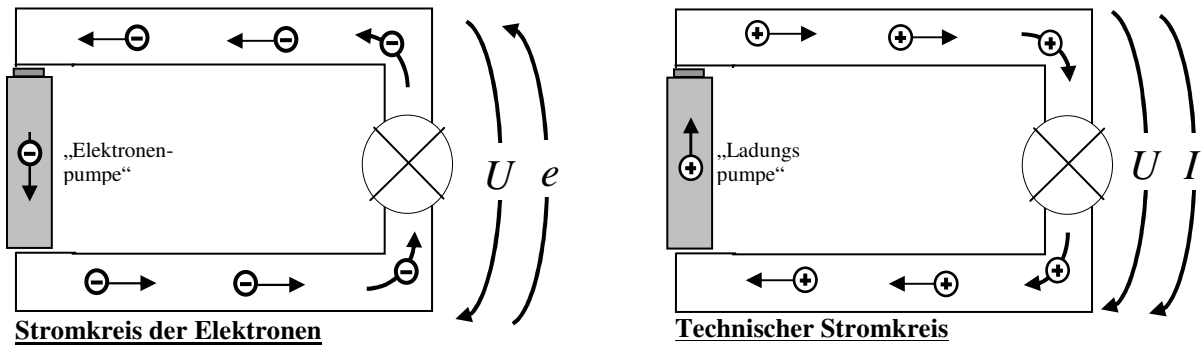
1) Parallele Bewegung von Löchern und Elektronen durch den Plus- und Minusleiter von der Batterie zum Widerstand:

Die Elektronen, welche die elektrische Leitung bewirken, besetzen ein halb gefülltes Energieband (s.S.4). Sofern sie sich nicht blockieren, bewegen sie sich quasi frei. Doch je nach Lage im Band reagieren sie unterschiedlich auf äußere Kräfte. Deshalb schreibt man ihnen eine „effektive“ Masse zu. Ist diese Masse groß, so reagieren sie träge, andernfalls flink. Die effektive Masse ergibt sich aus dem *Kehrwert* der *Krümmung* der oben ins Band eingezeichneten Kurve. Am Wendepunkt ist die Krümmung null und die effektive Masse somit unendlich, hier herrscht Stillstand. Auf dem Minusleiter haben die freien Elektronen positive Krümmung und bewegen sich normal. Für die Löcher auf dem Plusleiter ist die Krümmung negativ. Deshalb reagieren sie wie „positive Elektronen“ auf die äußere Kraft.



2) Elektronen laufen im Kreis herum: Die Batterie wirkt als „Elektronenpumpe“.  
Die in der Pumpe aufgenommene kinetische Energie wird im Verbraucher wieder abgegeben.

3) Technische Stromrichtung: Gedanklich positiv geladene Ladungsträger laufen im Kreis herum.



	Parallelbewegung von Löchern und Elektronen	Stromkreis der Elektronen	Technischer Stromkreis
Richtig	Das Modell ist richtig.  Die Löchervorwärtsbewegung erfolgt durch Elektronenrücksprung auf energetisch niedrigerem Niveau.	Wertet man den Elektronenrücksprung im Plus- und die Elektronenvorwärtsbewegung im Minusleiter als gleichartig, so hat man insgesamt eine Elektronenkreisbewegung.	Hier wird weder nach dem Leitungsmechanismus, noch nach dem Mechanismus des Energietransports gefragt. Die Stromrichtung orientiert sich ausschließlich am Begriff der <i>positiven</i> Probeladung, wie sie bei der Def. der Feldstärke richtung festgesetzt wird. Diese Probeladung bewegt sich dann durch die Leiter vom Plus- zum Minuspol.
Falsch	-----	1) Der positive und negative Leiter ist während des Stromflusses neutral.  2) Energietransport erfolgt mittels kinetischer Energie.	Diese Probeladung bewegt sich dann durch die Leiter vom Plus- zum Minuspol.
Vorteilhaft	1) Erklärt die pos. und neg. Aufladung der Leiter auch während des Stromflusses. 2) Erklärt der Energietransport im Stromkreis.	Einfache bildliche Veranschaulichung.  <u>Nachteil:</u> 1) Technische Stromrichtung erforderlich, um das „falsche“ Ohmsche Gesetz $U = -R \cdot I$ zu vermeiden. 2) Energietransport ist nicht erklärbar.	Die Technische Stromrichtung gibt allg. Orientierung. Sie wird z.B. auch im Magnetismus bei der „Rechten-Hand-Regel“ angewandt. Weil der techn Strom <i>mit</i> der Spannung verläuft, ergibt sich das „richtige“ Ohmsche Gesetz $U = R \cdot I$
Nachteilig	Gilt als kompliziert.		Erklärt keine Details.