

Roter Faden Physik

Magnetostatische Felder

Zeitlich konstantes Magnetfeld, Lorentzkraft, Halleffekt

Aufgaben und Lösungen

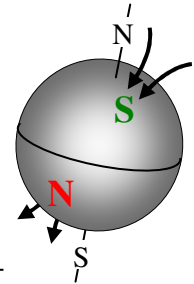
6. Auflage

von

Dr. Ortwin Fromm

Evangelische Schule Frohnau, Berlin

A) Magnetismus der Materie



1) Vorkommen des Magnetismus

- Der Erdmagnetismus wird durch Konvektionsströmungen von flüssigem, reibungselektrisch geladenem Eisen verursacht ($I \approx 10^{10} \text{ A}$). Wegen des *festen* Eisenkerns der Erde ist die Strömung regelmäßig. Daher verstärken sich die magnet. Teilfelder, sodass ein Gesamtmagnetismus nach außen austritt. Dieser ermöglicht die Ablenkung kosmischer Strahlung und somit höhere Lebensformen.
- Den mineralischen Magnetismus finden wir hauptsächlich in eisenhaltigem Gestein. Er tritt aber auch bei Kobalt, Nickel, den seltenen Erden und Legierungen aus diesen auf.
- Den technischen Magnetismus erzeugt man durch stromdurchflossene Leiter im Elektromagneten, Elektromotor, Generator, Lautsprecher usw.

2) Aller Magnetismus beruht auf elektr. Strom bzw. auf der Bewegung von elektr. Ldgträgern.

- Der technische Magnetismus beruht auf Strom in elektrischen Leitern.
- Der Erdmagnetismus beruht auf der Strömung von flüssigem elektrisch geladenem Eisen.
- Der mineralische Magnetismus beruht auf der Kreisbewegung von Elektronen im Atom.

3) Magnetismus der Atome

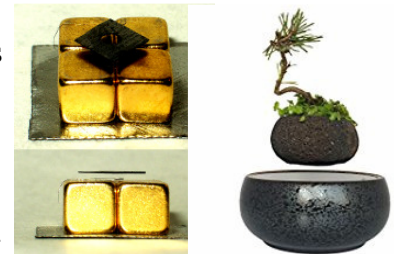
- Das Magnetische Moment der Atome. Das *magnetische Moment* (Buchstabe m) eines Körpers gibt an, wie dieser auf ein äußeres Magnetfeld reagiert. Magnetische Momente von zusammengesetzten Körpern addieren sich vektoriell. Das magnetische Moment eines Atoms ergibt sich in erster Linie durch Addition der magn. Momente seiner Elektronen. Je nach Schalenbau *kompensieren* sich die Momente oder es bleibt etwas übrig. Bei Edelgasen und

Atomen mit abgeschlossenen Teilschalen ist $m = 0$.

	H	He	Li	Be	B	C	N	O	F	Ne
m	+1/2	0	+1/2	0	+1/2	1	+1 1/2	2	+1 1/2	0

- Diamagnetismus existiert bei *allen* Atomen. Zunächst denkt man, dass nur Atome mit $m > 0$ auf ein äußeres Magnetfeld reagieren. Doch der äußere Magnetismus erzeugt sich (induziert) ein *weiteres* magn. Moment, welches auch bei $m = 0$ auftritt. Das beruht darauf, dass die Kompensation der Teilmomente von links- u. rechts umlaufenden Elektronen im Magnetfeld nicht mehr gilt, denn beide reagieren unterschiedlich. So bleibt etwas übrig. Weil kein Perpetuum mobile existiert, *muss* dieses

induzierte Zusatzmoment dem äußeren Magnetismus *entgegengerichtet* sein. Dieser „Antimagnetismus“ mit $m < 0$ heißt *Diamagnetismus*. Er gilt nicht nur für Atome, sondern für *alle* Körper, in denen sich Elektronen befinden, also überall, auch für Bonsais und Frösche. Hält man sie über einen starken Magneten, so schweben sie. Besonders starken Diamagnetismus



Schwebender Graphitring, Bonsai

zeigen Bismut und Graphit. Ein Supraleiter ist ein „totaler Diamagnet“. Kommt er in ein äußeres Feld, so wird ein Gegenfeld induziert, welches das Ausgangsfeld komplett kompensiert.

c) Paramagnetismus:

Atome mit $m > 0$ heißen *paramagnetisch*. Hier wird das meist sehr kleine negative diamagnetische Moment, vom positiven atomaren Eigenmoment überdeckt. Dieses beruht auf *nicht abgeschlossenen* Schalen oder Teilschalen. Diese Atome fungieren somit als *Elementarmagnete*.

- Ist die nachbarschaftliche Beeinflussung der Atome *gering*, so bleiben die Elementarmagnete ungeordnet und der Stoff bleibt *paramagnetisch*. Erst im äußeren Magnetfeld richten sich die Atome der Paramagnetika ein *wenig* nach diesem aus und *verstärken es minimal*.
- Bei Eisen, Kobalt, Nickel, etlichen Legierungen und Seltenen Erden mit hochgradig ungeschlossener *f*-Schale, ist die nachbarschaftliche Beeinflussung der Atome so groß, dass jeweils Millionen von ihnen *von sich aus* innerhalb der sog. *Weißschen Bezirke* in die *gleiche Magnet-Richtung* klappen. Stoffe, dieser Art heißen *ferromagnetisch* (von ferrum, lat. = Eisen). Die Kantenlänge der Bezirke beträgt etwa $1 \mu\text{m}$. Ohne äußeres Feld ist die Ausrichtung der Weißschen Bezirke wiederum chaotisch, sodass z.B. ein herkömmliches Stück Eisen nach außen zunächst kaum Magnetismus zeigt. Bringt man solch ein

Eisen nach außen zunächst kaum Magnetismus zeigt. Bringt man solch ein *Weicheisen* jedoch in ein *äußeres* Magnetfeld, so schlagen *alle* Bezirke in die von außen vorgegebene Magnetfeldrichtung um. Das vormalige Weicheisen wird zum Magneten und verstärkt das äußere Feld. Entfernt man das Feld, so verliert sich der Magnetismus des Weicheisens nicht vollständig. Die „Remanenz“ lässt sich erst durch ein Gegenfeld auslöschen.

- i) Anwendung des Ferromagnetismus: Magnetisierung von Tonband und Festplatte.
- ii) „Löschen“ des Tonbandes erfolgt durch Überschreiben mit einem hochfrequ. Signal.
- iii) Schreckt man das im äußeren Feld befindliche Weicheisen ab oder setzt es mechanisch unter Druck, so wird die Magnetisierung „eingefroren“ und das Weicheisen wird zum *Permanentmagneten* (Dauermagneten). In manchen geologischen Lagerstätten hat der Gesteinsdruck solche Permanentmagneten (Magnetsteine) entstehen lassen.
- iv) Erhitzt man den Permanentmagneten, so brechen, noch im festen Aggregatzustand, ab einer gewissen stoffabhängigen Temperatur T_C (*Curietemperatur*) *schlagartig* die nachbarschaftlichen magnetischen Bindungen auf. Bei diesem *Phasenübergang* der besonderen Art fällt der Stoff dann vom ferromagnetischen in den paramagnetischen Zustand zurück. (Eisen: $T_C = 774^\circ\text{C}$; Kobalt $T_C = 1131^\circ\text{C}$; Nickel $T_C = 372^\circ\text{C}$).

d) Relative Permeabilität μ_r (mü-r). Das Wort kommt von lat. *permeare* und heißt *durchlassen*. Ein anderer Ausdruck für *Permeabilität* ist *magnetische Leitfähigkeit*. Der Grundgedanke ist folgender: Auch das Vakuum „leitet“ den Magnetismus. Die „Leitfähigkeit“ des Vakuums heißt μ_0 . Der Wert beträgt $\mu_0 = 1,275 \cdot 10^{-6} \text{Vs/Am}$. μ_0 wird auch „*magnetische Feldkonstante*“ genannt. Durchfließen die Feldlinien ein Material, so wird die Stärke des magnetischen Flusses (s.u.) um den Faktor μ_r abgeändert. Diamagnetismus schwächt den Fluss, also gilt hier $0 \leq \mu_r < 1$. Vakuum lässt den Fluss auf dem Vakuumwert $\mu_r = 1$. Für Para- und Ferromagnetismus gilt $\mu_r > 1$.

Material	Rel. Permeab.	Eigensch.
Vakuum	1	---
Kupfer	$1 - 6,4 \cdot 10^{-6} < 1$	diamagn.
Wasser	$1 - 9 \cdot 10^{-6} < 1$	diamagn.
Supraleiter	0	diamagn.
Aluminium	$1 + 2,2 \cdot 10^{-5} > 1$	paramagn.
Eisen	300 - 10 000	ferromagn.
Am. Mumetalle	700 - 500 000	ferromagn.

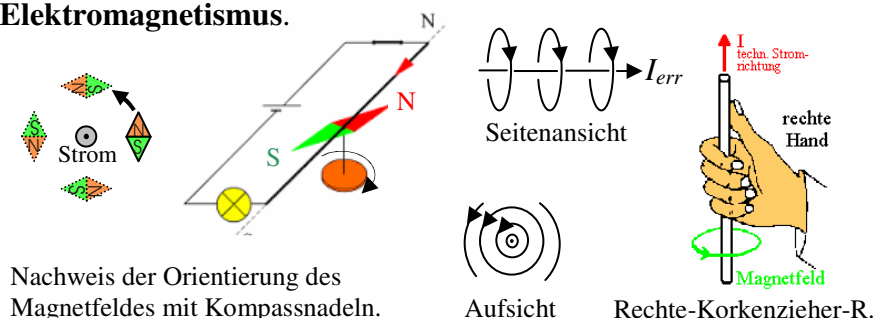
Zusammenfassung Kapitel A)

- 1) *Magnetismus*: Jeder Magnetismus beruht auf der Bewegung von elektrischen Ladungsträgern.
- 2) *Diamagnetismus*: Er tritt in *alle* Atomen, Molekülen und Körpern auf, weil alles aus el. geladene Teilchen besteht: Das äußere Feld induziert ein Gegenfeld, welches dieses abschwächt: $\mu_r < 1$
- 3) *Paramagnetismus*: Er beruht auf nicht abgeschlossenen Teilschalen in der Elektronenhülle. Die nichtkompensierten magn. Momente machen paramagnetische Atome zu Elementarmagneten: $\mu_r > 1$
- 4) *Ferromagnetismus*: Er ist eine Sonderform des Paramagnetismus und tritt bei ausreichend großer nachbarschaftlicher Beeinflussung der Atome auf. Ferromagnetismus entspricht einem magnetisch „festen Aggregatzustand“. Oberhalb der Curietemperatur erfolgt Phasenübergang zu „normalem“ Paramagnetismus. Durch Kristallspannungen (Verformung, Abschrecken) entstehen Dauermagnete.

B) Das magnetische Feld.

1) Oerstedt entdeckte 1820 den **Elektromagnetismus**.

Der *Oerstedt-Versuch* zeigte, dass Kompassnadeln auf einen stromdurchflossenen Leiter reagieren und sich *rechtwinklig* zu ihm ausrichten. Damit war klar, dass elektrischer Strom Magnetismus erzeugt.



Da sich die Kompassnadeln *kreisförmig* um den Leiter ausrichten, bewirkt der Erregerstrom I_{err} offensichtlich ein magnetisches Feld mit *kreisförmig geschlossenen* Feldlinien *endlicher* Länge. Die Richtung merkt man sich durch die Rechte-Korkenzieher-Regel.

Im Gegensatz dazu sind elektrische Feldlinien *unendlich* lang. Die Abnahme der elektrischen Feldstärke einer Punktladung beruht *nicht* auf der Abnahme der *Linienstärke*, sondern auf der Abnahme der *Linienlänge* bei zunehmender Entfernung von ihrer Quelle.

Magnetische Feldlinien dagegen haben *endliche* Länge, sie werden mit der Entfernung „dünner“.

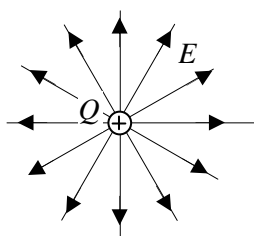
2) Magnetische Feldlinien, magnetische Feldstärke, magnetische Flussdichte.

a) Die Länge einer Feldlinie im Abstand r um den Erregerstrom ist gleich dem Umfang $U = 2\pi r$.

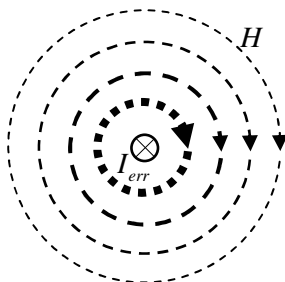
Jede Feldlinie trägt insgesamt den *gleichen* Magnetismus. Deshalb sind Feldstärke H und Umfang U antiproportional zueinander. „Antiprop“ heißt „produktgleich“. Also: $H \cdot 2\pi r = const.$

Das Produkt $H \cdot 2\pi r$ entspricht der Stärke von I_{err} . Daher setzt man: $H \cdot 2\pi r = I_{err}$.

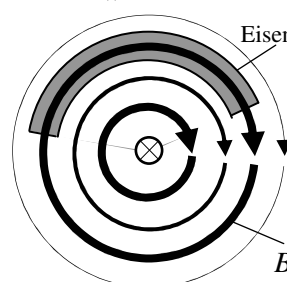
Bei größerem Radius r muss sich der gleiche Magnetismus also auf einen größeren Umfang verteilen. Daher werden die Feldlinien nach außen hin „dünner“.



Elektr. Feldlinien: Sie bleiben „gleich dick“.



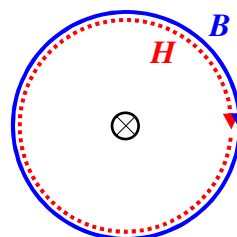
Magnetische Feldlinien: Sie werden mit zunehmender Länge „dünner“



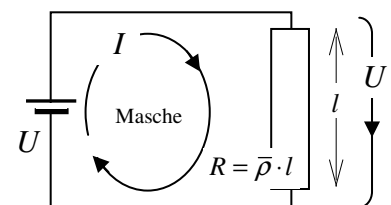
Die Feldstärke H treibt die Flussdichte B an.

Die Feldstärke H treibt die Flussdichte B an. Je größer der magn. Leitwert, desto stärker der Fluss. Liegt z.B. auf einem Abschnitt Eisen mit hohem Leitwert, so profitiert der Fluss auf dem gesamten Umfang davon.

b) Flussdichte: Die kreisförmigen Feldlinien zeigen, dass beim Magnetismus etwas *fließt*. Die Stärke des Flusses hängt vom durchflossenen Medium ab. Selbst das Vakuum hat eine magnetische Leitfähigkeit. Zur Beschreibung des Magnetismus braucht man daher *zwei* Größen: Eine Größe, die den Antrieb repräsentiert, dies ist die Feldstärke H und eine Größe, die angibt, welche Fluss-



Magnetischer Kreis: H treibt B an.



Stromkreis: U treibt I an.

stärke das durchflossene Medium zulässt. Diese Größe ist die Flussdichte B . Medien mit $\mu_r > 1$ fördern den Fluss, Medien mit $\mu_r < 1$ behindern ihn und der Supraleiter mit $\mu_r = 0$ lässt trotz vorhandener Feldstärke gar keinen Fluss zu. Die Beziehung zwischen Feldstärke H und Flussdichte B im magnetischen Kreis entspricht exakt der Beziehung zwischen Spannung (bzw. elektr. Feldst.) und Strom im elektr. Stromkreis. Hier gilt das Ohmsche Gesetz $U = R \cdot I$. Schreibt man dieses um, so lässt es sich auf den Magnetismus zu übertragen: Der Widerstandswert R ist proportional zur Widerstandslänge l und proportional zu dem Materialwert $\bar{\rho}$, welcher den Widerstand *pro* Länge angibt. Also gilt $R = \bar{\rho} \cdot l$. Der Kehrwert von $\bar{\rho}$ ist der entspr. Leitwert $\bar{\sigma}$. Also gilt $R = l / \bar{\sigma}$. Damit wird aus $I = U / R$ die Formel $I = \bar{\sigma} \cdot U / l$.

Für die Feldstärke gilt $E = U / d$. Der Abstand d ist hier die Länge l . Also gilt $E = U / l$.

Damit folgt $I = \bar{\sigma} \cdot E$. Das ist das *Ohmsche Gesetz* in der umgeschriebenen Form.

Die Übertragung auf den magnetischen Kreis liefert das „Ohmsche Gesetz des Magnetismus“

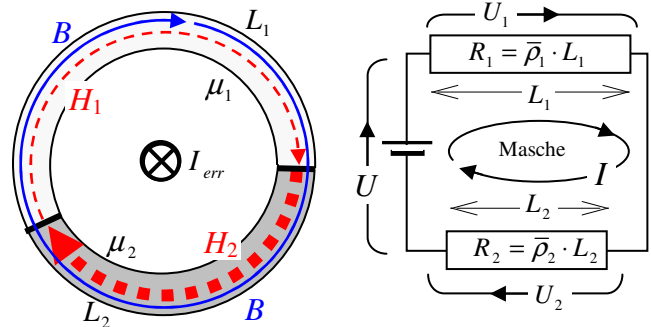
	Antrieb	Leitwert	Fluss	„Ohmsches Gesetz“
El. Stromkreis	U bzw. E	$\bar{\sigma}$	I	$I = \bar{\sigma} \cdot E$
Magn. Kreis	H	μ	B	$B = \mu \cdot H$

3) Feldstärke und Flussdichte beim Durchlauf von zwei Medien

Bei fast allen technischen Anwendungen durchlaufen die Feldlinien mindestens zwei Medien, meist Luft und Eisen. Motoren und Generator könnten ohne Luftschlitz nicht laufen, auch der Schreib-Lesekopf bzw. der Tonkopf braucht einen Luftschlitz, an welchem der Magnetismus aus dem Eisenkern austritt um die Festplatte zu magnetisieren. Bei Lautsprecher und Relais sind Luftwege ebenfalls evident. Nur in Ringmagneten und Spulen von Transformatoren versucht man, den magnetischen Fluss vollständig im Eisen zu halten.

Wie verhalten sich der Antrieb H und die Flussdichte B nun zueinander? Das erfährt man aus den berühmten Maxwellschen Gleichungen, die hinter allen Aussagen dieser Darstellung stehen. Die Maxwellschen Gleichungen besagen, dass die Flussdichte B alle Teilmedien mit der gleichen Stärke durchfließt. Da aber für die Teilmedien jeweils das „Ohmsche Gesetz“ $B = \mu \cdot H$ mit unterschiedlichen magnetischen Leitwerten μ gilt, muss sich die Feldst. H an das konstante B anpassen.

Dieser Sachverhalt entspricht wieder dem Stromkreis, diesmal mit zwei Widerständen R_1 und R_2 in Reihe, denn auch diese werden von der gleichen Stromstärke durchflossen. Der Gesamtwiderstand ist hier einfach durch $R = R_1 + R_2$ gegeben. Diese Gleichung wird nun wie oben umgeschrieben und dann auf den Magnetismus übertragen: Der Widerstand R_1 habe die Länge L_1 und den Leitwert pro



Länge $\bar{\sigma}_1$. Dann gilt $R_1 = L_1 / \bar{\sigma}_1$. Entsprechend gilt $R_2 = L_2 / \bar{\sigma}_2$ und $R = L / \bar{\sigma}$.

Einsetzen in $R = R_1 + R_2$ ergibt $\frac{L}{\bar{\sigma}} = \frac{L_1}{\bar{\sigma}_1} + \frac{L_2}{\bar{\sigma}_2}$. Diese Gleichung auf den Magnetismus übertragen:

Die Gesamtlänge $L = L_1 + L_2$ der Widerstände entspricht der Umlauflänge, also $L \rightarrow 2\pi r$.

Wie oben: $\bar{\sigma} \rightarrow \mu$, $\bar{\sigma}_1 \rightarrow \mu_1$ und $\bar{\sigma}_2 \rightarrow \mu_2$.

Damit ergibt sich $\frac{2\pi r}{\mu} = \frac{L_1}{\mu_1} + \frac{L_2}{\mu_2}$ bzw. $\mu = \frac{2\pi r}{L_1 / \mu_1 + L_2 / \mu_2}$. Multiplizieren mit H liefert

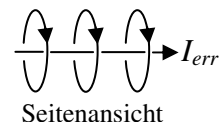
$$\mu \cdot H = \frac{H \cdot 2\pi r}{L_1 / \mu_1 + L_2 / \mu_2}. \text{ Wegen } \mu \cdot H = B \text{ und } H \cdot 2\pi r = I_{err} \text{ folgt } \boxed{B = \frac{I_{err}}{L_1 / \mu_1 + L_2 / \mu_2}}.$$

4) Beispiele

a) Linearer Leiter in Vakuum oder Luft

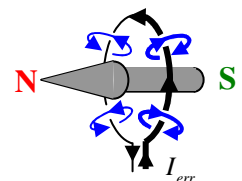
Hier gibt es nur ein Medium. In $B = \frac{I_{err}}{L_1 / \mu_1 + L_2 / \mu_2}$ ist daher

$$L_1 = 2\pi r, L_2 = 0 \text{ und } \mu_1 = \mu_0 \text{ einzusetzen. Ergebnis: } \boxed{B = \mu_0 \cdot \frac{I_{err}}{2\pi r}}$$



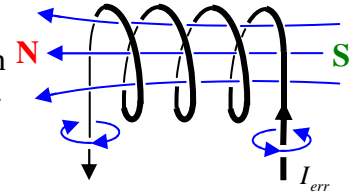
b) Leiterschleife in Vakuum oder Luft.

Bei einer einzelnen Leiterschleife überlagern sich alle (gemäß der Rechten-Korkenzieher-Regel erzeugten) Teilfelder der einzelnen Stromabschnitte zu einem Gesamtfeld, das mittig aus der Schleife heraus tritt. Der Austrittsbereich heißt *Nordpol*, der Eintrittsbereich *Südpol*. Insgesamt ergibt sich ein elektromagnetischer *Dipol* mit dem magnetischen Moment $m = A \cdot I_{err}$. Dabei ist A der vom Erregerstrom I_{err} umschlossene Flächeninhalt. Die Leiterschleife ist als elektromagnetische Kompassnadel nutzbar. Sie liefert ein gutes Modell zum Verständnis paramagnetischer Atome.



c) Magnetische Pole: Obwohl diese in Wirklichkeit nicht existieren und nur *Durchflussgebiete* geschlossener Feldlinien sind, wird doch **fehlerhaft** **N** mit **Plus** und **S** mit **Minus** verwechselt.

d) Lange Spule mit Luft: Sie hat n Windungen. Im Inneren ergibt sich ein weitgehend *homogenes* Feld mit parallelen Feldlinien. Im Ein- und Austrittsbereich spreizen sich die Feldlinien auf, hier ist das Feld *inhomogen*. Außerhalb der Spule laufen die Feldlinien in großem Bogen zurück. Schneidet man die Spule mittig auf, so erkennt man das *Spuleninnere* als Überlagerungsbereich der Felder von zwei entgegengesetzt durchflossenen „Stromplatten“. Jede Stromplatte wird n mal von I_{err} durchflossen.

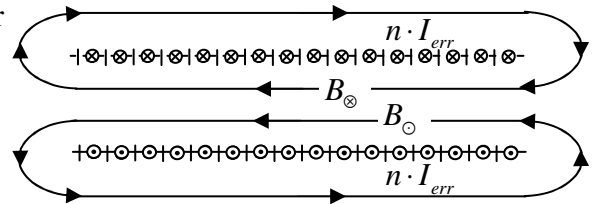


Ist l die Spulenlänge, so ist die Länge der umlaufenden Feldlinien näherungsweise jeweils $2l$. Wir

nutzen wieder $B = \frac{n \cdot I_{err}}{L_1 / \mu_1 + L_2 / \mu_2}$ und setzen

sowohl für B_{\otimes} als auch für B_{\odot} die Werte $L_1 = 2l$, $L_2 = 0$ und $\mu_1 = \mu_0$ ein. Dann folgt jeweils

$$B_{\otimes, \odot} = \frac{\mu_0 n \cdot I_{err}}{2l}. \text{ Die gesamte Flussdichte ist dann das Doppelte davon } B_{Luft} = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I_{err}}{l}.$$

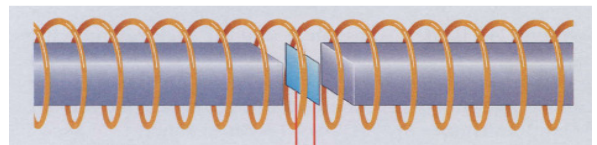


e) Lange Spule mit Eisenkern.

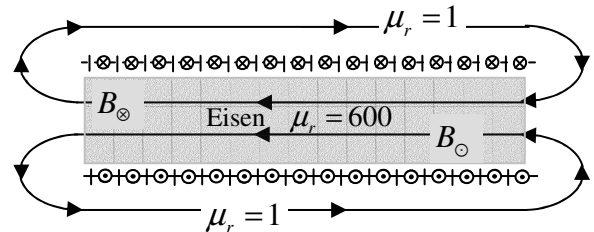
Eisen hat ein großes μ_r , z.B. $\mu_r = 600$. Häufig liebt man, die Flussdichte würde sich deshalb in der langen eisengefüllten Spule gemäß

$$B = \mu_r \mu_0 \cdot n \cdot I_{err} / l \text{ entsprechend versechshundertfachen. Das ist } \textit{krass falsch}, \text{ wie auch die}$$

Messung zeigt: B verdoppelt sich kaum, selbst wenn $\mu_r = 10000$ wäre bleibt es bei maximaler Verdopplung. Warum? Sowohl die Feldlinien von B_{\otimes} als auch für B_{\odot} durchlaufen *zwei* Medien, Eisen und Luft. Wir setzen beiden Teilwege vereinfachend wieder als gleich lang an. Mit



Doorn Baader sagt, B würde mit Eisenkern z.B. 600 mal so groß. Aber B verdoppelt sich kaum.



$$L_{Fe} = L_L = l \text{ folgt dann } B_{\otimes, \odot} = \frac{n \cdot I_{err}}{l \cdot (1/\mu_{Fe} + 1/\mu_L)}. \text{ Wegen } \mu_{Fe} \gg \mu_L \text{ ist umgekehrt}$$

$$1/\mu_{Fe} \ll 1/\mu_L. \text{ Daher gilt } 1/\mu_{Fe} \approx 0 \text{ und } B_{\otimes, \odot} \approx \frac{\mu_L n \cdot I_{err}}{l}. B_{\otimes} \text{ und } B_{\odot} \text{ zusammen ergeben}$$

$$\text{dann } B_{Eisen} = 2 \cdot \frac{\mu_0 n \cdot I_{err}}{l}. \text{ Also } B_{Eisen} = 2 \cdot B_{Luft} \text{ und nicht } B_{Eisen} = \epsilon_{Eisen} \cdot B_{Luft}. \text{ Durch den Eisen-}$$

kern *verdoppelt* den B -Wert also lediglich, von Versechshundertfachung kann keine Rede sein.

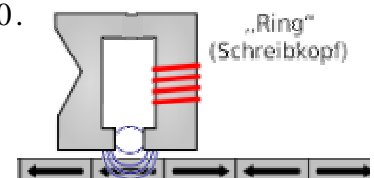
f) Schreiblesekopf für Festplatte

Bereits die Festplatten-Schreib-Leseköpfe der 2. Generation waren winzig klein: Z.B. betrug die Kantenlänge eines quadratischen Ferritkerns $40 \mu m$ mit $\mu_r = 15000$.

Die Luftschlitzbreite betrug $0,1 \mu m$.

Frage: Um wieviel % schwächt der Luftschlitz die Flussdichte ab?

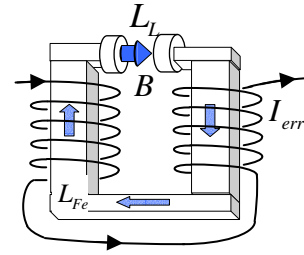
$$\text{Antwort: } \frac{L_{Fe} / \mu_{Fe}}{L_L / \mu_L + L_{Fe} / \mu_{Fe}} = 0,021. \text{ Abschwächung um } \approx 98\%.$$



g) Hufeisenmagnet mit Polschuhen.

In der Technik wird der Hufeisenmagnet mit Polschuhen verwendet. Bei n Windungen und L_{Fe} bzw. L_L als Eisen- bzw. Luftweg, sowie $\mu_{Eisen} = \mu_{Fe} \cdot \mu_0$ und $\mu_{Luft} = 1 \cdot \mu_0$

wird die obigen Formel zu
$$B = \frac{\mu_0 n I_{err}}{l_{Fe} / \mu_{Fe} + l_L}$$



h) Einfluss der Luftschlitzbreite auf die Flussdichte B.

Ohne Eisen gilt $L_L = U$ und $L_{Fe} = 0$ ($U = \text{Umfang}$). Also $B_0 = \mu_0 \cdot n \cdot I_{err} / U$.

Jetzt soll der Anteil $p \cdot U$ ($0 \leq p \leq 1$) des Umfanges U mit Eisen und der Rest $(1-p) \cdot U$

mit Luft belegt sein. Dann gilt Faktor(p) =
$$\frac{B(p)}{B_0} = \frac{1}{\frac{p}{\mu_{Fe}} + \frac{1-p}{1}} = \frac{\mu_{Fe}}{p + \mu_{Fe} \cdot (1-p)}$$

Beispiele: Sei $\mu_{Fe} = 1000$.

1. Für 50% Eisen und 50% Luft folgt Faktor(0,5) = 1,998 \approx 2 (siehe Abschn 4e)

2. Für 99 % Eisen und 1 % Luft folgt Faktor(0,99) = 90.992 \approx 91

3. Für eine Schlitzbreite von 1 Promille des Umfangs: Faktor(0,999) = 500,25

4. Für 100% Eisen folgt Faktor(1) = 1000. Dann tritt B allerdings nicht nach außen.

Daran sieht man, wie wichtig es ist, die Luftwege im *magnetischen Kreis* von Elektromotoren, Generatoren und sonstigen Geräten zu *minimieren*. Die einzige elektromagnetische Maschine, welche *keinen* Luftschlitz benötigt, ist der Transformator, bei welchem sich nichts bewegt.

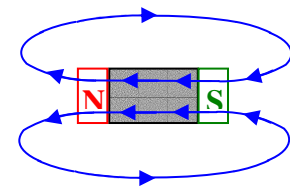
i) Geschlossener Ringmagnet.

Der *geschlossene* Ringmagnet mit Eisen- bzw. Ferritkern *ohne* Luftschlitz wird in der Wechselstromtechnik verwendet, um dort Phasenveränderungen zu bewirken oder eine elektromagnetischen Oszillator (Schwingkreis) zu konstruieren. *Nur* hier gilt
$$B = \mu_0 \mu_r \cdot n \cdot I_{err} / l$$



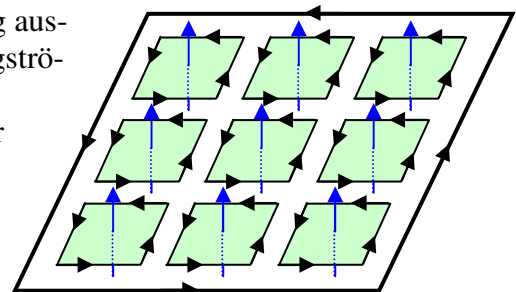
5) Stabmagnet, Permanentmagnet

Das Feld eines Stabmagneten ähnelt dem einer Spule. Der magnetischer Nord- und Südpol erscheinen hier noch deutlicher als „Pole“. Man sieht jedoch: Wegen der stets geschlossenen Feldlinien gibt es auch hier *keine* wirklichen magnetischen Pole. Die Pole sind stets nur *Durchflussbereiche* sich *aufspreizender* Feldlinien.



6) Warum ähneln sich die Feldlinienbilder von Spule und Stabmagnet so?

Im ferromagnetischen Material befinden sich gleichmäßig ausgerichtete atomare Elementarmagnete, welche durch Ringströme in den Atomen zustande kommen. Diese Ringströme sind einfachheitshalber quadratisch gezeichnet, um besser erkennen zu können, dass sich alle inneren Ströme aufheben und effektiv nur ein großer äußerer Ringstrom wirksam bleibt. Daraus erkennt man, dass Spule und Stabmagnet gleichartige Feldformen besitzen.



7) Zeitlicher Zusammenhang von Feldstärke H und Flussdichte B bei Eisen: Hysterese

Der Begriff *Hysterese* kommt von *hysteros* (griech. „hinterher, später“). Beim Magnetismus bezeichnet er die zeitverzögerte Änderung der Flussdichte B , welche einer Feldstärkeänderung zeitlich nach hinkt. Wird z.B. der Erregerstrom hochgefahren, so folgt H unmittelbar. Doch das Umklappen der Weiß'schen Bezirke braucht Zeit, daher kommt $B = \mu_r \mu_0 H$ nur langsam „in

Schwung“. Anschließend folgt B der Feldstärke H linear: Siehe „Neukurve“. Sind alle Bezirke ausgerichtet, tritt „Sättigung“ ein. Wird der Erregerstrom und damit H wieder herunter gefahren, so verbleiben die meistens Elementarmagnete (unterhalb der Curietemperatur) zunächst in ihrer Orientierung, sodass die Proportionalität zwischen B und H erneut nicht gilt. Erst beim entgegen gerichteten „Koezitivwert“ von H ist die Magnetisierung des Eisens gelöscht. Die Hysterese bewirkt eine Art von „Gedächtnis“. Deshalb nutzt man Ferromagnetika als Datenspeicher bei Magnetbändern und Festplatten. Der variable Wert von μ_r ergibt sich aus der jeweiligen Steigung der $B(H)$ – Kurve. Der von der Hysteresekurve umschlossene Flächeninhalt entspricht dem Energieverbrauch pro Ummagnetisierung.



8) Maßeinheit von Feldstärke und Flussdichte.

Die Maßeinheit der magnetischen Flussdichte heißt nach dem ungarischen Physiker Nikola Tesla:

$$\text{Wegen } B = \mu_r \mu_0 \cdot \frac{I_{err}}{2\pi r} \quad \text{gilt} \quad 1T = \frac{Vs}{Am} \cdot \frac{A}{m} = \frac{VA_s}{Am \cdot m} = \frac{1}{Am} \cdot \frac{J}{m} = \frac{1}{Am} \cdot N = \frac{N}{Am}$$

Zusammenfassung Kapitel B)

- 1) **Feldlinien, Feldstärke H :** Magnetische Feldlinien sind geschlossen und endlich. Jede Feldlinie „trägt“ soviele Feldstärke, wie sie an Erregerstrom umkreist. Ergebn. für linearer Leiter: $H \cdot 2\pi r = I_{err}$.
- 2) **Flussdichte B :** Man benötigt zwei Größen, Feldst. und Flussdichte. Es gilt das „Ohmsche Gesetz des Magnetismus“ $B = \mu \cdot H$. H entspricht dem Antrieb, also der „Spannung“ U . μ entspr. dem „Leitwert“ (Kehrwert des Widerstandes R), B entspricht dem „Strom“ I .
Im unverzweigten Stromkreis ist I in allen Widerständen gleich groß.
Entsprechend ist B in jedem Teilmedium des magnetischen Kreises gleich.
- 3) **Anwendung:** Allgemein folgt für zwei durchströmte Medien $B = I_{err} \cdot (L_1 / \mu_1 + L_2 / \mu_2)^{-1}$.
Reine Luftspule $B = \mu_0 \cdot I_{err} \cdot n / l$. Lineare Spule m. Eisenkern: Falsch ist hier $B = \mu_{Fe} \cdot \mu_0 \cdot I_{err} \cdot n / l$.
Es gilt $B = 2 \cdot \mu_0 \cdot I_{err} \cdot n / l$. Ringspule mit Eisenkern ohne Luftschlitz: $B = \mu_{Fe} \cdot \mu_0 \cdot I_{err} \cdot n / l$
- 4) **Hysterese:** Zeitliches Nachhinken von B hinter H im Ferromagneten. Die Ableitung $B'(H)$ gibt das variable $\mu(H)$ an. Anwendung: Datenspeicher. Energieverbrauch geg. durch Flächeninhalt der Kurve.

Lorentzkraft	Linearer Leiter in Luft	Lineare Spule mit Eisen	Ringspule mit Eisen und Luftschlitz	Ringspule mit Eisen ohne Luftschlitz
$F_L = l \cdot i \cdot B$ $F_L = v \cdot e \cdot B$	$B = \mu_0 \cdot \frac{I_{err}}{2\pi r}$	$B = 2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{n \cdot I_{err}}{l}$	$B = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I_{err}}{l_{Fe} / \mu_{Fe} + l_L}$	$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{n \cdot I_{err}}{l}$

C) Kraftwirkung des magnetischen Feldes Lorentzkraft

- a) **Richtungen von Feld und Kraft:** Wie bei Gravitation und Elektrostatik wird die Kraft vom *Ausgangsort* zum *Wirkungsort* durch ein *Feld* übertragen: Die Masse M erzeugt ein Gravitationsfeld, welches auf die Probemasse m wirkt. Die Ladung Q erzeugt ein elektrisches Feld, welches auf die Probeladung q wirkt. Bei Gravitation und Elektrostatik sind Feldrichtung und Krafrichtung *parallel* zueinander. Der Magnetismus ist in zweierlei Hinsicht komplizierter:
 - i) Ausgangspunkt des Magnetismus ist ein Erregerstrom I_{err} . Dieser erzeugt das Magnetfeld H . Daraus entsteht über das „Ohmsche Gesetz des Magnetismus“ und den Durchflutungsverlauf die Flussdichte B . Erst B ruft dann die Kraftwirkung auf den „Probstrom“ i hervor.
 - ii) Die Richtung von B (und H) erhält man über die „Rechte-Korkenzieher-Regel“. H und B stehen senkrecht auf I_{err} . Aus B ergibt sich die Kraft F . Doch $F \nparallel B$. Erneut steht F senkrecht auf B . Die genaue Krafrichtung erhält man aus der „Rechten-Hand-Regel“.

b) Merkregel für die Richtung der Lorentzkraft F_L auf einen (Probe)Strom i .

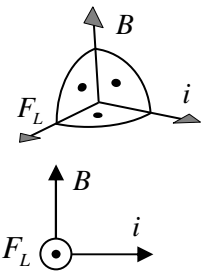
Drei-Finger-Merkregel der rechten Hand:

Daumen $\hat{=}$ Richtung des *Probestroms* i (technische Stromrichtung)

Zeigefinger $\hat{=}$ Richtung der magn. Flussdichte B .

Mittelfinger $\hat{=}$ Richtung der Lorentzkraft F_L auf *Probestromstrecke*.

Die Regeln zeigen, dass rechtwinklig zueinander verlaufende Ströme *keine* Kraft aufeinander ausüben.



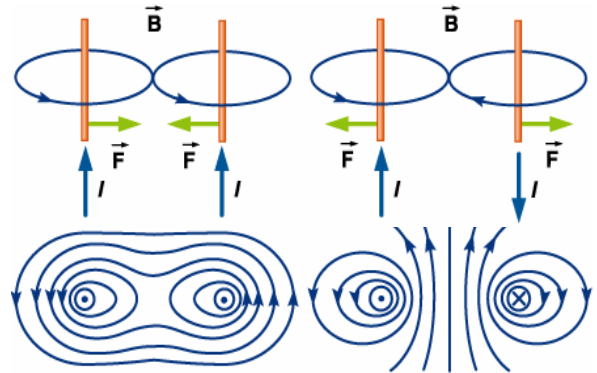
Rechte-3-Finger-
Regel für techn.
Stromrichtung

Bem.: Verwendet man anstatt der technischen Stromrichtung die Elektronenbewegung, so ist entsprechend die *linke Hand* zu verwenden.

c) Veranschaulichung der Richtung der Lorentzkraft durch „Feldlinienverdrängung“

Gleichläufig durchflossene *parallele* Leiter ziehen sich an, *gegenläufig* durchflossene *parallele* Leiter stoßen sich ab.

Anziehung und Abstoßung kann man durch die Überlagerung der Feldlinienbilder veranschaulichen: Bei Gleichläufigkeit sind die B -Felder zwischen den Leitern gegenläufig und schwächen sich ab. In diesen Bereich werden die Leiter *herein gezogen*. Bei Gegenläufigkeit sind die B -Felder zwischen den Leitern gleichläufig und verstärken sich. Aus diesem Bereich werden die Leiter *hinaus gedrängt*.



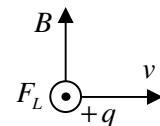
d) Stärke der Lorentzkraft auf einen (Probe)Strom i .

Fließt ein elektrischer Strom i rechtwinklig durch ein Magnetfeld der Flussdichte B , so erfährt die gesamte Leiterlänge l die Kraft $F_L = l \cdot i \cdot B$ **F-lib-Regel**

Beträgt der Winkel zwischen Stromrichtung und Flussdichte α , so gilt $F_L = l \cdot i \cdot B \cdot \sin \alpha$.

e) Stärke der Lorentzkraft auf einen bewegten freien Ladungsträger q .

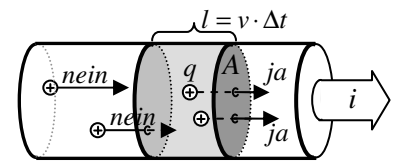
Bewegt sich eine (positive) elektrische (Probe)Ladung q mit der Geschwindigkeit v *senkrecht* zu einem Magnetfeld der Flussdichte B , so erfährt die Ladung die Kraft $F_L = v \cdot q \cdot B$.



Begründung: Stromstärke $i = q / \Delta t$. Haben die Ladungsträger die Geschwindigkeit v , so legen sie während der Zeit Δt die Strecke $l = v \cdot \Delta t$ zurück.

Einsetzen in $F_L = l \cdot i \cdot B$ ergibt $F_L = (v \cdot \Delta t) \cdot \frac{q}{\Delta t} \cdot B$ also

$F_L = v \cdot q \cdot B$. Für Elektronen folgt $F_L = v \cdot e \cdot B$ **VEB-Regel**



f) Andere Herleitung der Maßeinheit *Tesla* über die Lorentzkraft.

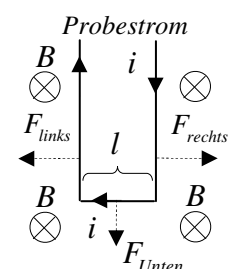
Die Maßeinheit von B heißt zu Ehren des ungarischen Physiker Nikola Tesla $T = \text{Tesla}$.

Aus $F_L = l \cdot i \cdot B$ folgt $B = \frac{F_L}{l \cdot i}$ und damit $1T = \frac{N}{Am}$, genauso, wie in B 8).

g) Experimentelle Bestätigung von $F_L = l i B$.

Die nebenstehende Skizze zeigt einen stromdurchflossenen Bügel, welcher sich in einem homogenen Magnetfeld befindet. Die Lorentzkräfte auf die Zu- und Ableitung heben sich auf. Wirksam bleibt eine Kraft nach unten, welche über ein Newtonmeter gemessen wird.

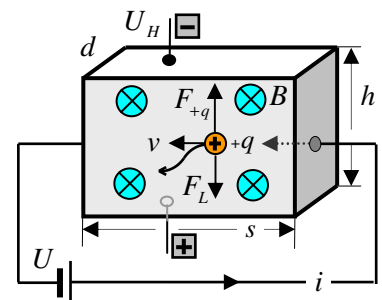
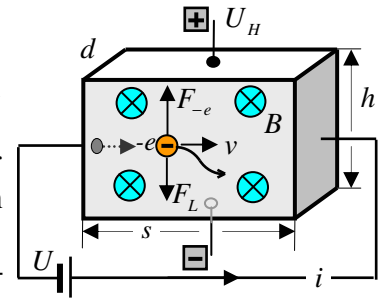
Beispiel: $i = 2A$; $l = 0,01m$					
B / T	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
F_L / mN	2	4	6	8	10
F_L / B in Am	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02



h) Halleffekt

1) Physikalische Grundlagen. (Edwin Hall 1855-1938)

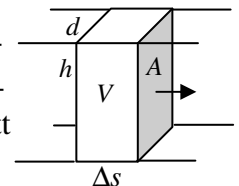
Ladungsträger erfahren im Leiter eine Lorentzkraft, wenn sie ein Magnetfeld rechtwinklig durchlaufen. Sofern der Leiter, wie beim Bügelexperiment (s.o.), beweglich aufgehängt ist, übertragen die Ladungsträger diese Kraft auf den Leiter als Ganzes. Ist der Leiter jedoch fest montiert oder zu träge, so tritt der Halleffekt auf: Nach diesem entsteht zwischen der Ober- und Unterseite des Leiters eine Spannung, die Hallspannung U_H . Zu wirksameren Durchführungen des Halleffektes verwendet man als Leiter ein quaderförmiges Plättchen. Verläuft das Magnetfeld außerhalb des Plättchens durch Luft mit $\mu_r \approx 1$, so sollte das Plättchenmaterial dieselbe Permeabilität besitzen, um Fehler zu vermeiden. In den Abb. wird das Plättchen von rechts nach links von einem Strom i (techn. Stromrichtg.) durchflossen. In der oberen Abb. basiert der Strom auf Elektronenleitung, unten auf Löcherleitung. Die Polarität von U_H ist jeweils umgekehrt und zeigt so die Art der Ladungsträger an. Wir diskutieren den Halleffekt für frei bewegliche *Elektronen*.



(Abb. oben). Beim Stromfluss wandern diese mit der Geschwindigkeit v von links nach rechts. Im B -Feld erfahren sie eine Lorentzkraft F_L nach unten (Linke-Hand-Regel). Dadurch rutschen *sämtliche* beweglichen Elektronen einige Atomrumpfpfätze nach unten. Das Innere bleibt dadurch *neutral*, während sich die Unter- bzw. Oberseite negativ bzw. positiv aufladen. Die gegenpolige Aufladung zweier Schichten stellt einen Kondensator dar, zwischen dessen „Platten“ das Feld E_H und die Spannung U_H entstehen. Es gilt $E_H = U_H / h$. Die Ladungsverschiebung endet, wenn Lorentzkraft $F_L = qvB$ und el. Kraft $F_q = q \cdot E_H = q \cdot U_H / h$ im Gleichgewicht sind. Gleichsetzen ergibt $U_H = h v B$. Die Ladungsträger laufen dann, parallel versetzt, weiter.

2) Anwendung des Halleffektes zur Messung der Flussdichte B

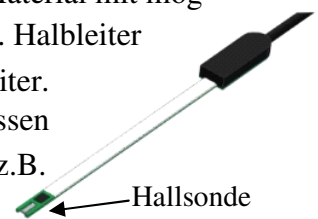
Um die Formel $U_H = h v B$ praktikabel zu machen, ersetzt man die Geschwindigkeit v durch die Stromstärke I . Umrechnung: I ist die durch den Leiterquerschnitt A tretende Ladungsmenge ΔQ pro Zeit Δt . Durch den Querschnitt tritt alle Ladung, die maximal $\Delta s = v \cdot \Delta t$ von A entfernt ist, also alle Ladung, die



sich im Volumen $V = A \cdot \Delta s = A \cdot v \cdot \Delta t$ befindet. Die Ladungsträgerdichte n gibt an, wie viele bewegliche Ladungsträger sich im Volumen befinden, genauer: $n = N / V$ bzw. $N = V \cdot n$. Also befinden sich $N = V \cdot n = n \cdot A \cdot v \cdot \Delta t$ bewegliche Ladungsträger in V . Jeder dieser Ladungen trägt den Ladungswert e . Also fließt die Gesamtladung $Q = e \cdot n \cdot A \cdot v \cdot \Delta t$ pro Δt durch den Querschnitt. Wegen $I = \Delta Q / \Delta t$ folgt dann $I = n \cdot e \cdot h \cdot d \cdot v$. Umstellung nach v ergibt

$v = \frac{I}{n \cdot e \cdot h \cdot d}$. Einsetzen in $U_H = h v B$ ergibt für die Hallspannung $U_h = \frac{I \cdot B}{n \cdot e \cdot d}$

3) Optimale Bedingungen: a) Extrem dünne Plättchen ($d \approx 2 \mu m$) b) Material mit möglichst kleiner Anzahl n von beweglichen Ladungsträgern pro Volumen. Halbleiter wie Si oder III-V Legierungen oder InAs sind deshalb günstiger als Leiter. MikroHallsonden werden heute in Chips integriert. Mit drei Sonden lassen sich die drei Raumkomponenten von \vec{B} ermitteln. Die Sonden dienen z.B. zur berührungslosen Steuerung der Spulendurchstromung von bürstenlosen Motoren z.B. in Plattenlaufwerken oder Radnabenantrieben.

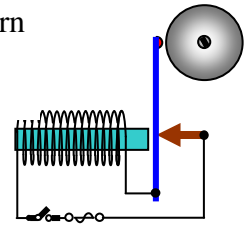


D) Technische Anwendungen der Lorentzkraft.

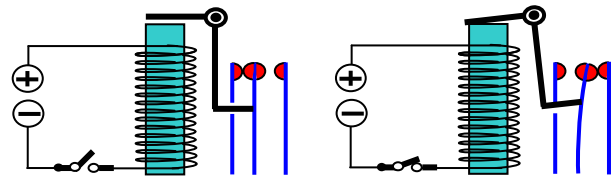
a) Elektromagnete

1) Beim Wagnerschen Hammer zieht ein Elektromagnet mit Weicheisenkern den Klingelklöppel zurück, wodurch der Stromkreis unterbrochen wird, sodass der Klöppel wieder abfällt und das Spiel von vorne beginnt.

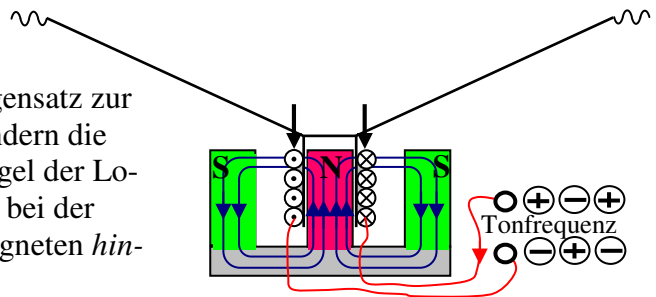
2) Die Autohupe arbeitet nach dem Prinzip des Wagnerschen Hammers. Sie besitzt eine Schallmembran mit Stößel, der gleichzeitig als Kern eines Elektromagneten fungiert. Schließt man den Schalter, so wird der Stößel in die Spule gezogen, wodurch jedoch der Stromkreis unterbrochen wird und der Stößel wieder zurück schwingt, sodass der Kontakt erneut geschlossen wird und der Vorgang von neuem beginnt.



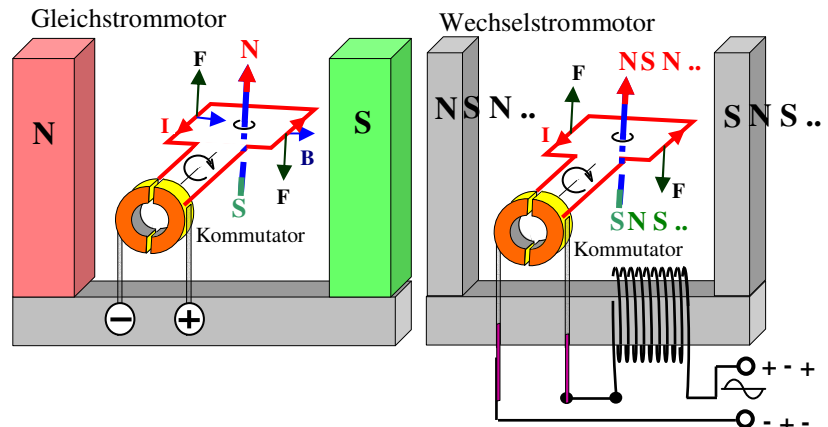
3) Beim monostabilen Umschaltrelais öffnet der Klappanker nach Schließen des Schalters den linken Kontakt und schließt den rechten. Dieses Relais heißt monostabil, weil nur einer der Kontakte (hier der linke) stromlos schließt.



4) Weil die Membran des Lautsprechers bis zu 10 000 mal in der Sekunde auf- und abschwinge muss, montiert man, im Gegensatz zur Autohupe, nicht den schweren Stößel, sondern die leichte Spule an sie. Die Rechte-Hand-Regel der Lorentzkraft zeigt, dass Spule und Membran bei der momentanen Polung in den Permanentmagneten *hin-ein* gezogen werden.



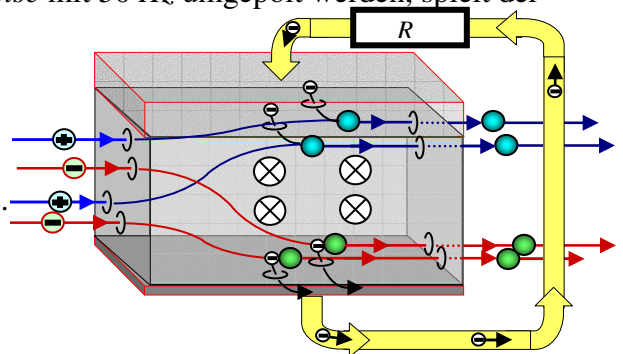
b) Der Gleichstrommotor enthält eine drehbar gelagerte Leiter-schleife (Rotor), welche durch den Stromdurchfluss zu einem Elektromagneten wird. Dieser wird von dem permanenten Hufeisenmagneten angezogen und um 90° nach rechts gedreht. Dann wechselt der Kommutator die Stromrichtung, wodurch sich die Kräfte umdrehen und der Rotor mit Schwung um weitere 180° weiterläuft, usw.



Beim Wechselstrommotor überlagert sich der Umpolung durch den Kommutator bei der Drehung noch der Polungswechsel der Spannungsquelle. Dieser wird dadurch abgefangen, dass der Permanentmagnet durch einen Elektromagneten (Stator) ersetzt wird. Da beide, Rotor und Stator z.B. bei dem sog. Reihenschluss in gleicher Weise mit 50 Hz umgepolt werden, spielt der äußere Stromrichtungswechsel keine Rolle mehr.

1) Wirtschaftliche Ausnutzung des Halleffektes

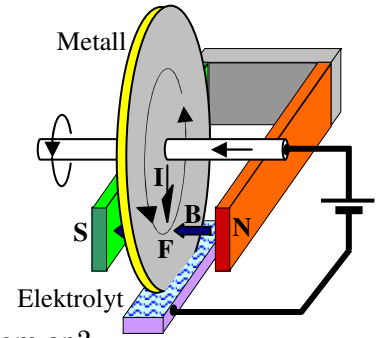
1) Der MHD-Generator kommt in Gaskraftwerken zum Einsatz. Hochtemperaturverbrennung liefert 3000°C heiße, ionisierte Verbrennungsgase. Bei der Durchströmung eines Magnetfelds durchsetzten Rohres wird dann per Halleffekt ohne bewegte Teile kinetische Energie direkt in elektrische Energie umgewandelt. Der austretende



Gasstrahl ist immer noch heiß genug, um damit eine Gasturbine anzutreiben. Dadurch lässt sich der Wirkungsgrad auf über 60% steigern. Die Umkehrung des MHD-Prinzips wird zum Schiffsantrieb in Salzwasser genutzt.

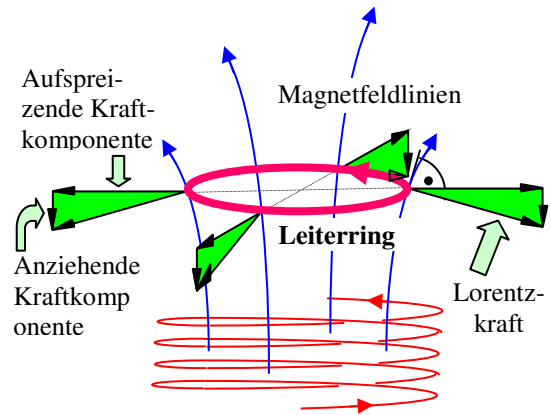
2) Unipolarmotor (Barlowsches Rad)

Im Barlowschen Rad fließt der angelegte Strom von der Achse zum Elektrolytbad hinab. Der Bereich wird von einer Flussdichte B durchsetzt, sodass die bewegten Elektronen eine Lorentzkraft erfahren. Die Elektronen übertragen diese Kraft durch "Reibung" auf das Rad und setzen es so in Bewegung.



c) Es gibt zwar keine magnetische Pole. Warum ziehen sie sich trotzdem an?

Wir betrachten eine Spule bzw. Stabmagneten, um die magnetische Anziehung bzw. Abstoßung gegenüber einem Leiterring zu *verstehen*. In der Abb. werden Spule und Leiterring gleichsinnig von Strömen durchflossen. Wären die Feldlinien der Spule völlig senkrecht nach oben gerichtet, so würde die Lorentzkraft am Ring genau nach außen wirken und ihn lediglich geringfügig weiten. Nur dadurch, dass sich die Feldlinien im Bereich des Ringes bereits etwas nach außen neigen, entsteht neben der *aufspreizenden* Kraftkomponente auch eine *anziehende*.

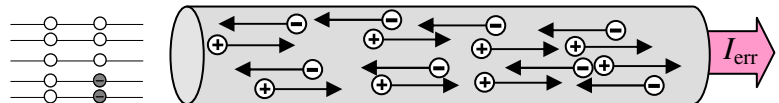


Anhang I) Woher kommt die Lorentzkraft?

Die Lorentzkraft ist keine eigenständige Kraft, sie beruht auf der *Elektrostatik* kombiniert mit der *Lorentzkontraktion* der *Relativitätstheorie*. Nach dieser *schrumpfen* bewegte Strecken aus der ruhenden Sicht. Weil das auch für Volumina bewegter Ladungen gilt, entsteht Aufladung mit Anziehung bzw. Abstoßung. Die entsprechende Kraft *ist* die Lorentzkraft.

1) Der neutrale Leiter.

Verbindet man die Pole einer Batterie geringer Spannung mit einem Widerstandsdraht, so bleibt der Draht überall näherungsweise neutral. Die freien



Im neutralen Leiter werden temperaturbedingt Elektronen über die Besetzungsgrenze gehoben. Dadurch bleiben gleich viele Löcher zurück.

Ladungsträger für den Stromfluss werden nun durch die Wärmebewegung bereitgestellt, diese hebt genügend viele Elektronen über die vormalige Besetzungsgrenze (Fermigrenze). Dadurch bleiben genau soviele Löcher unter der Fermigrenze zurück, wie Elektronen über die Fermigrenze angehoben wurden. Fließt der technische Strom nach rechts, so bewegen sich alle freien Elektronen nach links. Die Linksbewegung der Elektronen *unterhalb* der Fermigrenze kann man aber auch als Rechtsbewegung der entsprechenden Löcher interpretieren. In diesem Sinne tragen stets zwei Sorten von Ladungsträgern zum Stromfluss bei. Beide Sorten bewegen sich gleich schnell, doch in entgegengesetzter Richtung. Im letzten Abschnitt wurde die Beziehung zwischen I und v ermittelt: $I = n \cdot e \cdot h \cdot d \cdot v$. Mit $h \cdot d = A =$ Querschnittsfläche folgt $I = n \cdot e \cdot A \cdot v$. Führt man noch die Ladungsdichte = Anz. der bewegl. Ldträger pro Vol. $\rho = n \cdot e$ ein, so ergibt sich $I = \rho \cdot A \cdot v$.

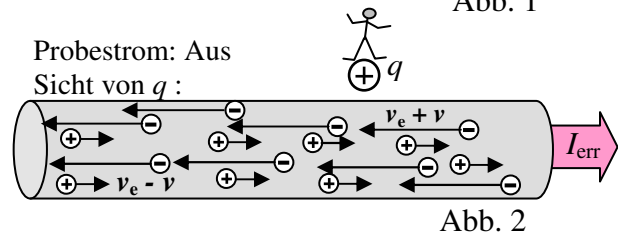
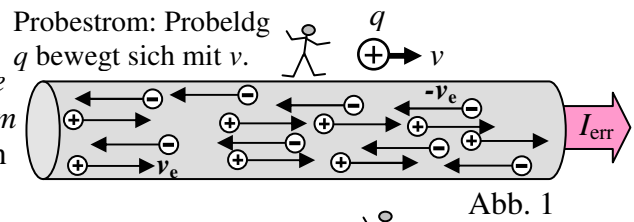
Der Gesamtstrom wird vom Löcher- und Elektronenstrom getragen: $I_{err} = \rho_+ \cdot A \cdot v_+ + \rho_- \cdot A \cdot v_-$.

Im neutralen Leiter gilt $\rho_+ = -\rho_- = \rho/2$ sowie $v_+ = -v_- = v_e$, wobei v_e in techn. Stromrichtg fließt.

2) Gegenseitige Bewegung der Ladungsträger

Betrachtet man ein Volumen V des neutralen Leiters beim Stromfluss, so sieht man die gleiche Anzahl von Löchern und Elektronen mit gleicher Geschwindigkeitsbetrag in die entgegengesetzten Richtungen fließen. (Keine Abb.)

Jetzt soll sich parallel zu dem Leiter eine Probeladung q mit der Geschwindigkeit v bewegen. (Abb.1) Von q aus gesehen, bewegen sich dann die Elektronen bzw. Löcher mit den Geschwindigkeitsbeträgen $v_e + v$ bzw. $v_e - v$ unterschiedlich schnell. (Abb.2)



Nach Einstein verkürzt sich eine mit u bewegte Strecke s auf $\bar{s} = s \cdot \sqrt{1 - u^2/c^2}$. Aus Sicht von q verkürzen sich die Volumina, welche die gleiche Anzahl von Löchern bzw. Elektronen enthalten, daher unterschiedlich. Jetzt befindet sich die Lächerladung $Q/2$ bereits auf der Strecke

$s_L = s \cdot \sqrt{1 - (v_e - v)^2/c^2}$, sodass das bisherigen Volumen nun die größere Ladung $Q_+/2 =$

$= Q \cdot s / 2s_L = +Q/2 \sqrt{1 - (v_e - v)^2/c^2}$ trägt. Entsprechend trägt V die Elektronenladung

$Q_-/2 = -Q/2 \sqrt{1 - (v_e + v)^2/c^2}$. Für kleines x gilt allg. die Näherungsformel $1/\sqrt{1-x} \approx 1+x/2$.

Damit folgt $Q_+/2 \approx Q (1 + (v_e - v)^2/2c^2)/2$ und $Q_-/2 \approx -Q (1 + (v_e + v)^2/2c^2)/2$. Beides zusammen ergibt den Ladungsüberschuss $\Delta Q = (Q_+ + Q_-)/2 = -Q \cdot v \cdot v_e / c^2$ im Volumen V .

Legt man diese Ladung auf die Drahtoberfläche, so erhält man die Flächenladungsdichte $\Delta\sigma = \Delta Q / A_0 = \Delta Q / 2\pi r \cdot l = -Q \cdot v \cdot v_e / 2\pi r \cdot l \cdot c^2$. Aus $I_{err} = Q \cdot v_e / l$ folgt $v_e = l \cdot I_{err} / Q$.

Einsetzen ergibt $\Delta\sigma = -v \cdot I_{err} / 2\pi r \cdot c^2$. Das liefert durch Verdopplung im Außenbereich die Feldstärke $E = 2 \cdot \frac{\Delta\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{I_{err} \cdot v}{2\pi r \cdot c^2 \cdot \epsilon_0}$. Daraus folgt $F_{el} = q \cdot E = \frac{q \cdot v}{c^2 \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{I_{err}}{2\pi r}$. Wegen $\mu_0 \cdot \epsilon_0 = 1/c^2$ ergibt

sich dann $F_{el} = (v \cdot q) \cdot \left(\mu_0 \cdot \frac{I_{err}}{2\pi r} \right)$. Die zweite Klammer hängt nur vom Erregerstrom ab. Sie wird

als Flussdichte $B = \mu_0 \cdot \frac{I_{err}}{2\pi r}$ interpretiert. Interpretiert man noch F_{el} als Lorentzkraft F_L , so entsteht aus Relativitätstheorie und Elektrostatik die bekannte Lorentzkraftformel $F_L = v \cdot e \cdot B$.

Anhang II) Energietransport durch Felder

In diesem Abschnitt wird eine andere Erklärung für den Energietransport im Stromkreis erläutert.

Zum einfacheren Verständnis verwenden wir anstatt von zwei runden Leitern als Kabel zwei metallische Platten, um die Ladungsträger von der Batterie zum Verbraucher zu transportieren. Gemäß der Abb. sollen die obere bzw. untere Platte wieder der Plus- bzw. Minuspol der Batterie angeschlossen sein. Dann fließt der technische Strom oben nach rechts und unten nach links. Die

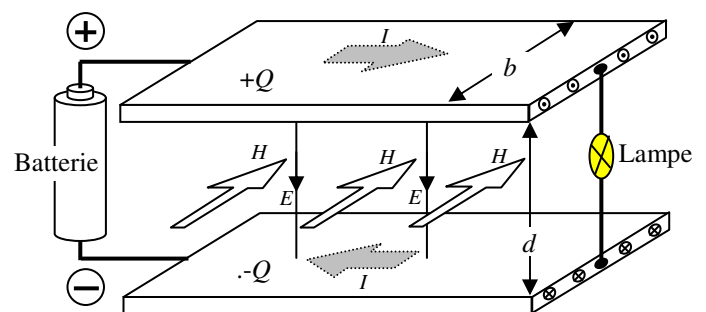


Abb. S.6 oben stellt dann die Queransicht auf die Platten dar. Dort wurde $B = \mu_0 \cdot n \cdot I_{err} / l$ hergeleitet. Die Länge l ist jetzt die Plattenbreite b und $n \cdot I_{err}$ stellt den Gesamtstrom I dar.

Wegen $B/\mu_0 = H$ erhalten wir dann ein nach hinten gerichtetes Magnetfeld der Stärke $H = I/b$. Die Batterie hält durchgängig die felderzeugenden Ladungen der Stärke $\pm Q$ auf den Platten. Auf Grund dessen herrscht zwischen den Platten durchgängig die elektrische Feldstärke $E = U/d$.

Für die übertragene Leistung gilt $P = U \cdot I$. Nach dem obigen kann man U bzw. I durch $U = E \cdot d$ bzw. $I = H \cdot b$ fersetzen. Dann folgt zunächst $P = (E \cdot d) \cdot (H \cdot b)$. Das Produkt $d \cdot b = A$ ist aber gerade der Flächeninhalt der Querschnittsfläche. Also gilt $P = E \cdot H \cdot A$. Bedenkt man noch, dass $P = \Delta W / \Delta t$ ist, so folgt $\frac{\Delta W}{\Delta t \cdot A} = E \cdot H$..

Interpretation: Die Feldstärken E und H befinden sich aber *nicht* im Kabel, sondern im *Raumbereich* zwischen den Kabeln und dort ist Luft oder es herrscht Vakuum.

Also gibt zwei unterschiedliche, gleichwertige *Sichtweisen* für den Energietransport:

- Einmal sind Spannung zwischen und Strom in den Leiter dafür verantwortlich.
- Und einmal wird der Energiestrom durch die Felde *im Raumbereich* zwischen den Leitungen bewirkt

Ist der Energiefluss durch das Zwischenraum ein Taschenspielertrick?

Wie soll die Energie durch die Luft oder gar durch's das Vakuum gelangen? Wenn sie wirklich durch das Vakuum strömen kann, dann wären die beiden Platten nur „Leitplanken“ für die Felder. Dann müsste der Energietransport auch ohne „Leitplanken“ möglich sein.

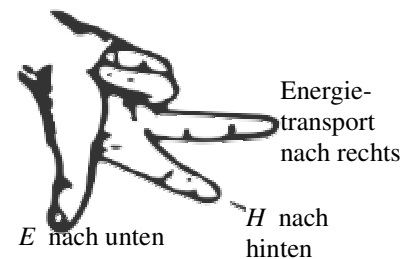
Das ist tatsächlich möglich. Felder werden nämlich nicht nur durch aufgeladene und durchströmte Leiter erzeugt, sie können sich auch gegenseitig, ohne Leiter, erzeugen: Ein veränderliches Magnetfeld erzeugt ein elektrisches Feld und ein veränderliches elektrisches Feld erzeugt ein Magnetfeld. Sind die beiden gekreuzt, so transportiert diese Anordnung Energie. Licht, Röntgenstrahlung, Laserstrahlung, Infrarot-Strahlung, Rundfunkwelle, Funkwelle beim Handy, usw. all dies sind gekreuzte elektromagnetische Felder, die Energie transportieren. Für eine künstlich erzeugte Rundfunkwelle hat dies als Erster Heinrich Hertz nachgewiesen.



Richtung des Energietransportes durch Felder

Die Richtung des Energietransportes erhält man durch die „Rechte-Hand-Regel“. Nimm die rechte Hand und halte ..

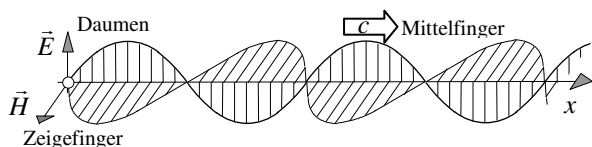
- den Daumen in Richtung von E (also nach unten)
- den Zeigefinger in Richtung von H (also nach hinten)
- die Energie fließt dann in Richtung des Mittelfingers.



Das Kreuzprodukt der Vektoren \vec{E} und \vec{H} heißt Poyntingvektor $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$. Dieser Vektor gibt Richtung und Stärke des Energiestrom an.

Ergebnis: Im betrachteten Stromkreis strömt die Feldenergie von links nach rechts. Das ist gleichwertig mit dem „Strömen“ der potentiellen Energie der getrennten Ladungsträger.

Aussicht: In der nebenstehende Abb. schwingen E und H zeitlich so hin- und her, dass der Poyntingvektor stets nach rechts zeigt. D.h., trotz des Hin und Her der Felder, strömt die Energie der elektromagnetischen Welle in *eine* Richtung, und zwar stets mit Lichtgeschwindigkeit.



E) Aufgaben

- 1) Ein linearer Leiter (in Luft) wird von einem Erregerstrom $I_{err} = 2A$ (in der Aufsicht) von links nach rechts durchflossen. a) Skizziere das Feldlinienbild perspektivisch. b) Skizziere das Feldlinienbild im seitlichen Schnitt mit den Zeichen \otimes und \odot . c) Berechne die Flussdichte im Abstand $r = 2cm; 4cm; 8cm$ und beurteile das Ergebnis. Vergleiche mit dem Coulombschen Abstandgesetz.
- 2) In einer $80cm$ langen Spule mit $4cm$ Durchmesser wurden 40 Windungen pro $10cm$ aufgewickelt. Es fließt der Erregerstrom $I_{err} = 4,5A$. Berechne die Flussdichte B innerhalb der Spule, wenn diese mit einem Eisenkern mit $\mu_{Fe} = 4000$ gefüllt ist.
- 3) Ein Leiter von $l = 4cm$ Länge wird in einem B -Feld von $I = 10A$ durchflossen. Er erfährt $F_L = 200mN$, wenn $l \perp B$. a) Wie groß ist B ? b) Wie ändert sich F_L , wenn zwischen l und B 70° vorliegen?
- 4) Der Erdmagnetismus tritt an einem Ort in Nord-Süd-Richtung mit $B = 14\mu T$ aus. In einer Leitung von $5km$ Länge fließen $200A$. Wie groß ist die Kraft, wenn die Leitung in NS- bzw. OW-Richtung läuft?
- 5) Beim Bügelexperiment fließt im B -Feld ($B = 0,4T$) eines Erregerstromes durch die Stromstrecke $l = 5cm$ der Probestrom $I = 5A$. a) Mit welcher Kraft wird der Bügel nach unten gezogen? b) An den Bügel wird die Masse $m = 15g$ gehängt, die Kraftanzeige soll aber gleich bleiben. Welcher Strom ist erforderlich?
- 6) Ein Draht von $15cm$ und $m = 4g$ wird von $I = 5A$ durchflossen. Wie muss \vec{B} sein, damit er schwebt? Welche Kraft wirkt auf den Draht, wenn er parallel zu den Magnetfeldlinien verläuft?
- 7) Ein α -Teilchen wird mit $v = 5 \cdot 10^6 m/s$ in ein Magnetfeld mit $B = 0,1\mu T$ geschossen. Berechne F_L .
- 8) Eine Luftspule vom Durchmesser $d = 10cm$ ist $l = 40cm$ lang und hat $n = 40Wdg$.
 - a) Wie groß ist B bei $I_{err} = 2A$? b) Die Spule wird auf $l = 20cm$ zusammengedrückt. Welche Stromstärke braucht man für das alte B ? c) Was geschieht, wenn der Spulenradius nun um 50% aufgeweitet wird? d) Wie groß wird B , wenn Eisen mit $\mu_r = 1200$ eingeführt wird? Wieviel Energie enthält das Magnetfeld?
- 9) Im Fadenstrahlrohr wurden Elektronen mit der Anodenspannung $U_A = 280V$ beschleunigt und einem Magnetfeld der Flussdichte $B = 1,13 mT$ auf eine Kreisbahn mit $r = 5cm$ gelenkt. a) Berechne, wieviel Coulomb ein Kilogramm Elektronen trägt. b) Die Ladung des Elektrons beträgt nach Faraday und Millikan $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$. Bestimme die Masse eines Elektrons.
- 10) Silber hat den spez. Widerstand $\rho_R = 0,016\Omega \cdot mm^2 / m$ und die Dichte $\rho_e = 1,12 \cdot 10^{10} C / m^3$ beweglicher Ladungen. An einen Silberkubus vom $8mm$ Kantenlänge werden $U = 0,5mV$ gelegt. Berechne die Stromstärke. Senkrecht zum Strom verläuft ein Magnetfeld mit $B = 8T$. Berechne U_H . Zeichne alles.
- 11) Ein Hallplättchen aus a) Metall b) n-Halbleiter c) p-Halbleiter liegt in der Papierebene und wird von unten durch ein Magnetfeld durchdrungen. Links ist der Plus- und rechts der Minuspol einer Stromquelle angeschlossen. Ermittle die Polung der Hallspannung.
- 12) Eine $l = 22cm$ lange Luftspule mit $n = 8000Wdg$ wird von $I_{err} = 9,4A$ durchflossen. Berechne B . In der Spule liegt senkrecht zur Feldrichtung ein Cu-Hallplättchen mit $h = 2cm; d = 10\mu m$. Bei $B = 0,43T$ und $I = 10A$ liegt $U_H = 22\mu V$ an einer Cu-Hallplatte. Für Kupfer gilt: Massendichte $= \rho = 8930kg / m^3$, $m_{Atomgew} = 63,5kg / kmol$, spez. Widerst $\rho_R = 0,015\Omega \cdot mm^2 / m$. Bestimme für die freien Ladungsträger (Elektronen) a) Geschw. v b) $\rho_e =$ bew. Ldg. Q / m^3 c) die Anz. d. bew. Ldgstr. N / m^3 d) Anz. N_{kmol} pro $kmol$. e) Anz. pro Atom, Vergleich mit chemischen Wertigkeit von Cu f) Beweglichkeit $u = (\rho_e \rho_R)^{-1}$.
- 13) Ein MHD-Generator mit $h = 2m$ wird bei $B = 20T$ mit $v = 1500m/s$ durchflossen. Berechne U_H .

F) Lösungen

- 1) c) $B = \mu_0 I_{err} / 2\pi r$. $B(2cm) \approx 20\mu T$, $B(4cm) \approx 10\mu T$, $B(8cm) \approx 5\mu T$. Abnahme antiproportional zum Abstand. Coulomb: El. Feldstärke nimmt antiproportional zum Quadrat des Abstandes von der Punktladung ab.
- 2) Der Durchmesser spielt keine Rolle. Anz. der Wdg: $n = 40 \cdot 8 = 320$.
$$B = \frac{\mu_r \mu_0 n I_{err}}{l} = 4000 \cdot 1,257 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{V \cdot s}{A \cdot m} \cdot 320 \cdot \frac{4,5A}{0,8m} = 9,05 \cdot \frac{V \cdot s \cdot A}{A \cdot m^2} = \frac{9,05 \cdot J}{A \cdot m^2} = \frac{9,05 N}{A \cdot m} = \underline{\underline{9,05 T}}$$
- 3) a) $B = F / (l \cdot I) = 0,5T$. b) Multiplizieren mit $\sin 70^\circ$ ergibt $F = l \cdot I \cdot B \cdot \sin(70^\circ) = 0,188N$.

- 4) NS-Richtung: null, weil $I \parallel B$. OW-Richtung: $F = l I B = 14 N$, weil jetzt $I \perp B$ gilt.
- 5) a) $F = l I B = 0,1 N$. b) Gewicht: Die Zusatzkraft $F_G = m \cdot g = 0,147 N$ muss durch $I = (F - F_G) / (l \cdot B) = -2,36 A$ kompensiert werden. Die Stromänderung beträgt daher $I = 5 A - (-2,36 A) = 7,36 A$.
- 6) $F_G = m \cdot g = 0,039 N$. $B = F_G / (l \cdot I) = 0,052 T$ muss parallel zum Boden und senkrecht zum Leiter sein. Bei parallelem Verlauf ist die Kraft null und der Draht fällt runter.
- 7) Die Ladung ist $q = 2 \cdot e = 3,2 \cdot 10^{-19} C$. Folgt $F_L = v q B = 1,6 \cdot 10^{-19} N$.
- 8) a) Luft: $\mu_r = 1$ folgt $B = \mu_r \mu_0 \cdot n \cdot I_{err} / l = 2,541 \cdot 10^{-4} T$. b) $I_{err} = B \cdot l / (\mu_r \mu_0 \cdot n) = 1 A$. c) B bleibt, Feldraum vergrößert sich. d) $B = 0,302 T$, $L = \mu_r \mu_0 \cdot n^2 \cdot \pi (d/2)^2 / l = 0,213 H$, $W = \frac{1}{2} L \cdot I_{err}^2 = 0,107 J$.
- 9) a) Gefragt ist das Verhältnis von Ldg zu Masse bei der „elektronischen Substanz“. Man gewinnt es durch Betrachtung eines einzelnen Elektrons: $\frac{e}{m} = \frac{2U_A}{B^2 r^2} = \frac{2 \cdot 280 V}{(1,13 \cdot 10^{-3} T)^2 \cdot (0,05 m)^2} = 1,75 \cdot 10^{11} \frac{V}{(T \cdot m)^2}$. Maß-
- einheit: $\frac{V}{(T \cdot m)^2} = \frac{V}{\left(\frac{N}{A \cdot m} \cdot m\right)^2} = \frac{V \cdot A^2}{N^2} = \frac{V \cdot A}{N} \cdot \frac{A}{N} = \frac{V \cdot A}{N} \cdot \frac{s \cdot m}{m \cdot s} \cdot \frac{A}{N} = \frac{V}{s} \cdot \frac{m}{N} = \frac{A \cdot m}{s \cdot kg} \cdot \frac{m}{s^2} = \frac{A \cdot s}{kg} = \frac{C}{kg}$.
- b) $m = e / (e/m) = 1,6 \cdot 10^{-19} C / 1,75 \cdot 10^{11} C/kg = 9,14 \cdot 10^{-31} kg$.
- 10) $R = 0,016 \Omega mm^2 / m \cdot 0,008 m / 64 mm^2 = 2 \mu \Omega$. $I = U / R = 250 A$. $U_H = I B / (\rho_e d) = 2,23 \cdot 10^{-5} V$.
- 11) Im Metall und n-Halbleiter werden negative Teilchen nach links, im p-Halbleiter positive nach rechts bewegt. Per 3FRdlH bzw. 3FRdrH weist der Mittelfinger stets nach unten. Daher wird die Hallspannung im Metall und n-Halbleiter unten negativ und oben positiv; im p-Halbleiter hingegen unten pos. u. oben neg..
- 12) $B = 0,43 T$ a) $v = U_H / h \cdot B \approx 2,6 mm/s$ b) $N/V = I \cdot B / e U_H d \approx 1,2 \cdot 10^{29} / m^3$ c) $N_{kmol} = I \cdot B m_{kmol} / (d \cdot U_H \cdot e \cdot \rho_{Masse}) \approx 8,69 \cdot 10^{26} / kmol$ d) Mit Avogadrozahl $N_{Atom} = N_{kmol} / N_A = 1,44 \approx$ der chem. Einwertigkeit von Cu. e) Aus $\rho_R = 0,015 \Omega \cdot (10^{-3} m)^2 / m = 1,5 \cdot 10^{-8} \Omega / m = 1,5 \cdot 10^{-8} V / A$ und $\rho_e = Q/V = bew. Ldg / m^3 = e \cdot N/V = 1,6 \cdot 10^{-19} C \cdot 1,2 \cdot 10^{29} / m^3 = 1,92 \cdot 10^{10} C / m^3 = 1,92 \cdot 10^{10} A \cdot s / m^3$ folgt $u = \frac{1}{\rho_e \cdot \rho_R} = \frac{1}{\rho_e} \cdot \frac{1}{\rho_R} = \frac{m^3}{1,92 \cdot 10^{10} A \cdot s} \cdot \frac{A}{1,5 \cdot 10^{-8} V m} = 3,47 \cdot 10^{-3} \frac{m^2}{Vs}$.
- 13) Es gelten die Hallformeln. Folgt $U_H = v \cdot h \cdot B = 60 kV$.

A