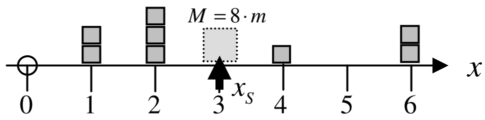
Mechanik: Wiederholung, Ergänzung von Dr. Ortwin Fromm, EV Frohnau, Berlin

A) Körper, Schwerpunkt, Massepunkt.

a) Schwerpunkt.

Schreibt man in Tests die Noten 4, 2, 1, 6, 6, 2, 1 und 2, so erhält man als Mittelwert die Note $(4+2+1+6+6+2+1+2)/8=3$. Da „1“ und „6“ zweimal, „2“ dreimal und „4“ einmal vorkommt, kann man den Mittelwert auch als „anzahlgewichtetes Notenmittel“ schreiben: $(2\cdot 1+2\cdot 6+3\cdot 2+1\cdot 4)/(2+2+3+1)=3$

Entsprechend erhält man den **Schwerpunkt** als „massegewichtetes Koordinatenmittel“.



Beispiel der Massenverteilung:				
Ort in m	1	2	4	6
Masse in kg	2	3	1	2

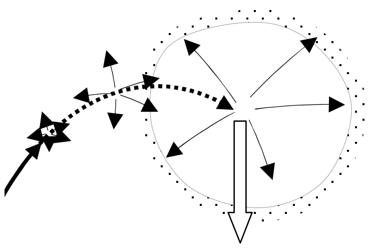
Formel $\vec{x}_S=\dfrac{m_1\cdot\vec{r}_1+...+m_n\cdot\vec{r}_n}{m_1+...+m_n}=\dfrac{1}{M_{Ges}}\cdot\sum_{k=1}^{n}m_k\cdot\vec{r}_{k1}$

Aufgabe1: Zeige, dass der Schwerpunkt bei $x_S=3m$ liegt.

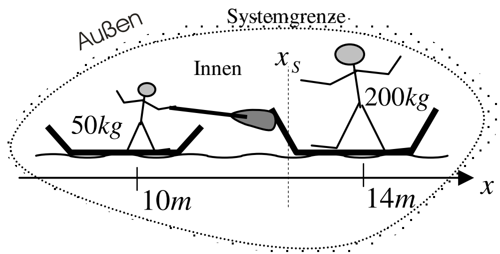
Schwerpunktsatz: Der Schwerpunkt eines Körpers bewegt sich so, als wäre seine gesamte Masse darin konzentriert *und* als griffe an ihm eine äußere Kraft an, die gleich der **Summe** *aller* äußeren Einzelkräfte ist. Innere Kräfte spielen für die Schwerpunktsbewegung *keine* Rolle.

Beispiel 1)

Bei der explodierenden Silvesterrakete setzt der Schwerpunkt aller Bruchteile (ohne Luftrbg.) seine Bahn unter dem Einfluss der Schwerkraft fort.



Schwerpunkt fliegt auf Parabelbahn



Schwerpunkt bleibt stehen

Beispiel 2) Ein Junge stößt den Vater mit dem Paddel fort. Dabei erfährt der Junge, entsprechend dem Masseverhältnis, einen größeren Rückstoß, als der Vater weggestoßen wird. Der Schwerpunkt beider bleibt erhalten, weil *keine* äußere Kraft durch die Systemgrenze greift.

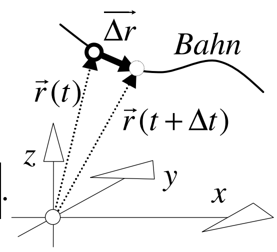
Aufgabe 2: Wo liegt x_S? Wo ist der Vater, wenn der Sohn auf $6m$ zurück geglitten ist?

b) Massepunkt.

Der Schwerpunktsatz berechtigt uns, einen Körper durch einen *Massepunkt* zu ersetzen. Der reale starre Körper führt dann zusätzlich eine Drehung um seinen Schwerpunkt aus.

B) Bewegung: Ort *x* (oder Stelle *s*) als Funktion der Zeit *t*.

Die Bewegung eines Körpers (des Massepunktes) beschreibt man durch Zeitfunktionen. Diese geben die jeweilige Lage, Geschwindigkeit und Beschleunigung an. Hier wird nur die *x*-Stelle betrachtet.



Im dreidimensionalen müssen *s*, *v* und *a* vektoriell angegeben werden. Der Geschwindigkeitsvektor verläuft dann grundsätzlich *tangential* zur Bahnkurve.

a) *Bahnkurve*: Sie gibt die jeweilige Stelle (Ort) des Körpers an.

b) *Mittlere Geschw.*: Erhält man durch $\boxed{v_{1,2}=(x_2-x_1)/(t_2-t_1)=\Delta x/\Delta t}$.

c) Die *Momentangeschwindigkeit* $v(t)$ erhält man als *Grenzwert* "Limes $\Delta t\to 0$" der mittleren Geschwindigkeit.

d) *Mittlere Beschleunigung*: $\boxed{a_{1,2}=(v_2-v_1)/(t_2-t_1)=\Delta v/\Delta t}$.

e) Die *Momentanbeschl* $a(t)$ erhält man ebenfalls als *Grenzwert* "Limes $\Delta t\to 0$" der mittleren Beschleunigung.

f) Ableitungsform für die Momentangeschw. und Momentanbeschleunigung:

Erste Ableitung $\boxed{v(t)=\dot{x}(t)}$. Zweite Abl.: $\boxed{a(t)=\dot{v}(t)=\ddot{x}(t)}$ bzgl. der Zeit.

g) Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit.

Beispiel Wertetab.	Zeit *t* in *sec*	0	1	2	3	4	5
	Ort (Stelle) *s* in *m*	0	3	6	9	12	15

Die obige Wertetabelle gehört zu einer Bewegung mit der konstanten Geschwindigkeit $v = 3m/s$. Der zugehörige Graph im *t*-, *s*- Diagramm $\left(t \mathrel{\hat{=}} x; s \mathrel{\hat{=}} y\right)$ ist eine Nullpunktsgerade mit dem Steigungswert 3. Die zugehörige Funktionsgleichung lautet $\boxed{s = v \cdot t}$, hier $s = 3 \cdot t$ (ohne Maßeinh.) . Das entspricht der Funktionsgleichung $y = m \cdot x$. Die allg. Form der linearen Gleichung lautet $y = m \cdot x + n$. Bei einer linearen Bewegung mit „*y*-Achsenabschnitt" verallgemeinert sich $s = v \cdot t$ zu $\boxed{s = v \cdot t + s_0}$. Der „*y*-Achsenabschnitt" s_0 entspricht dann derjenigen Stelle, an welcher sich der Körper zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet.

Aufgabe 3: Gib die Funktionsgleichungen der angegebenen Bewegungen an.

Aufg. a) Wertetab.	Zeit *t* in *sec*	0	1	2	3	4	5
	Ort (Stelle) *s* in *m*	2	5	8	11	14	17

Aufg. b) Wertetab.	Zeit *t* in *sec*	0	1	2	3	4	5
	Ort (Stelle) *s* in *m*	8	6	4	2	0	-2

Aufg. c) Wertetab.	Zeit *t* in *sec*	2	3	4	5	6	7
	Ort (Stelle) *s* in *m*	1	4	7	10	13	16

Beschleunigung = Zeitliche Änderung der Geschwindigkeit.

Aufgabe 4: Gib den jeweiligen Beschleunigungswert a für alle obigen Aufgaben an.

h) Bewegung mit konstanter Beschleunigung.

(i) Zunächst betrachten wir, wie sich die **Geschwindigkeit** *v* bei konstanter Beschleunigung ändert. Da $\boxed{\text{Beschleunigung = zeitliche Änderung der Geschwindigkeit}}$, kann die Geschwindigkeit nicht gleich bleiben.

Beispiel Wertetab.	Zeit *t* in *sec*	0	1	2	3	4	5
	Geschw. *v* in *m/s*	0	4	8	12	16	20

Bei konstanter Beschleunigung vergrößert (verändert) sich die Geschwindigkeit v pro Sekunde stets um den *gleichen* Wert. a Im Beispiel hat a den Zahlenwert 4.
Also ist die Geschwindigkeit *v* jetzt eine lineare Funktion mit der Gleichung $\boxed{v = a \cdot t}$.
Setzen wir für *t* der Reihe nach $t = 0; 1; 2; ...$ ein, so erhalten wir obigen die *v* –Werte.

Aufgabe 5: Beim freien Fall hat die Beschleunigung den Wert *g* des Ortsfaktors. Die Beschleunigung ist nach unten gerichtet. Es gilt $g \approx 9{,}81 m/s^2$. Vervollständige die Wtab.

Beispiel Wertetab.	Zeit *t* in *sec*	0	1	2	3	4	5
	Geschw. *v* in *m/s*			-19,632			

(ii) Jetzt betrachten wir, wie sich der **Ort** (die Stelle) *s* bei konstanter Beschleunigung ändert. Die nachfolgende Überlegung liefert das Ergebnis: $\boxed{s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2}$.

Beim obigen Beispiel mit $a = 4m/s^2$ ergänzt sich die Wertetabelle daher zu …

Beispiel Wertetab.	Zeit *t* in *sec*	0	1	2	3	4	5
	Geschw. *v* in *m/s*	0	4	8	12	16	20
	Stelle *s* in *m*	0	2	8	18	32	50

Herleitung: Wir betrachten die Zeitpunkte $t = 0 \cdot \Delta t$; $1 \cdot \Delta t$; $2 \cdot \Delta t$; $3 \cdot \Delta t$; $4 \cdot \Delta t$ ....
Der beliebige Zeitwert t wird dann ausgedrückt durch $t = n \cdot \Delta t$.
Der Wert der konstanten Beschleunigung sei a.
Die Geschwindigkeit v vergrößert sich dann gemäß der Gleichung $v = a \cdot t$.
Während des ersten Zeitschrittes Δt nimmt sie von $v = 0$ auf den Wert $v = a \cdot 1 \cdot \Delta t$ zu.
Nach dem zweiten Zeitschritt gilt $v = a \cdot 2 \cdot \Delta t$ und nach den n-ten $v = a \cdot n \cdot \Delta t$.
Wegen $v = \Delta s / \Delta t$ legt der Körper bei der Geschw. v während der Zeitspanne Δt die Teilstrecke $\Delta s = v \cdot \Delta t$ zurück. Weil v wächst, werden die jeweils zurückgelegten Teilstrecken immer länger. Ingesamt legt der Körper die Summe aller Teilstrecken zurück.

t	0	Δt	$2\Delta t$	$3\Delta t$		$n\Delta t$
$v = a \cdot t$	0	$a \cdot \Delta t$	$a \cdot 2\Delta t$	$a \cdot 3\Delta t$		$a \cdot n\Delta t$
$\Delta s = v \cdot \Delta t$	0	$(a \cdot \Delta t) \cdot \Delta t$	$(a \cdot 2\Delta t) \cdot \Delta t$	$(a \cdot 3\Delta t) \cdot \Delta t$		$(a \cdot n\Delta t) \cdot \Delta t$
Summe s	Gesamtstrecke $= s = a \cdot (0+1+2+3+...+n) \cdot \Delta t^2$					

Weil Δt sehr klein sein soll, ist n entsprechend groß. Wie die Tabelle zeigt, besitzt die Summe $0+1+2+3+...+n$ dann näherungsweise das Ergebnis $½ \cdot n^2$.

n	0	1	2	3	4	100	1000
Summe $0+1+2+3+...+n$	0	1	3	6	10	5050	500500
Näherung $½ \cdot n^2$	0	0,5	2	4,5	8	5000	500000

Wegen $(n \cdot \Delta t) = t$ gilt dann $s = a \cdot \left(½ \cdot n^2\right) \cdot \Delta t^2 = ½ \cdot a \cdot (n \cdot \Delta t)^2 = \underline{\underline{½ \cdot a \cdot t^2}}$.

Aufgabe 6: Beim freien Fall gilt etwa $a = -10\, m/s^2$. Fülle die Tabelle aus.

Zeit t in s	0	1	2	3	4	5
Geschw. v in m/s	0					
Stelle s in m	0					

C) Erstes Newtonsches Gesetz (Newton I) = Das Trägheitsgesetz von Galilei.

Die Bewegungsart (der *Bewegung*szustand) wird durch die einwirkende **Kraft** F bestimmt.
Frage: Wann bewegt sich der Körper mit konstanter Geschwindigkeit?
Das Trägheitsgesetz besagt, dass für konstante Geschwindigkeit *dieselbe* Bedingung erforderlich ist, wie für Ruhe. Ruhe und konstante Geschwindigkeit treten auf, wenn $\boxed{F = 0}$ gilt.
Die alten Griechen dachten, dass für konstante Geschwindigkeit eine Kraft erforderlich sei, denn nur wenn der Ochse kräftig zieht, bleibt der Ochsenkarren nicht stehen. Doch das liegt an der Reibung der rumpeligen Straße. Die Luftkissenbahn zeigt: Für konstante Geschwindigkeit ist *kein* Antrieb erforderlich. Ohne Reibung bleibt die vorhandene Geschwindigkeit gleich.
Beispiele: 1) Bin ich nicht angeschnallt, so fliege ich beim Bremsen des Autos nach vorn. In Wirklichkeit bewege ich mich *gleichförmig* weiter und die Windschutzscheibe kommt mir entgegen. 2) Bei der Kurvenfahrt werde ich nach außen gedrängt. In Wirklichkeit bewege ich mich *gradlinig* weiter und die Seitenwand des Autos schneidet mir den Weg ab. 3) Beim schnell anfahrenden Auto werde ich in den Sitz gedrückt. In Wirklichkeit bleibe ich in Ruhe und der Autositz drückt sich mir in den Rücken. 4) Beim seitlichen Erdbebenstoß erhält das Hochhaus einen Ruck. In Wirklichkeit bleibt das Hochhaus stehen und der Erdboden entzieht ihm das Fundament. 5) Beim schrägen Wurf wirkt die Schwerkraft nur nach unten. In seitlicher Richtung setzt der Körper seine Bewegung mit der Abwurfgeschwindigkeit gleichförmig fort.

Technische Anwendung: Airbag-Auslöser, Fliehkraftregler. Biologie: Gleichgewichtsorgan.

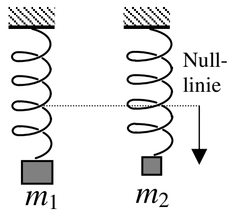
Aufgabe 7: a) Recherchiere die Funktionsweise eines Mikroträgheitssensors.
b) Recherchiere die Funktionsweise des Gleichgewichtsorgans im Ohr.
c) Warum sinkt der Fallschirm mit konstanter Geschwindigkeit?

D) Das Zweite Newtonsche Gesetz (Newton II)

Frage: Wann bewegt sich der Körper mit konstanter Beschleunigung?
Da $F=0$ konstante Geschwindigkeit bzw. Ruhe mit $a=0$ erzeugt, kann $a\neq 0$ nur zustande kommen, wenn auch $F\neq 0$ ist. Newton fand heraus, dass der Beschleunigungswert direkt proportional zur Stärke der einwirkenden Kraft ist.
Also: Mit *Beschleunigung* a (Acceleration) und Kraft F (fortitudo) gilt daher $a\sim F$.

$\boxed{\textit{Kraft } F = \text{Ursache}, \quad \textit{Beschleunigung } a = \text{Wirkung}}$

Die Proportionalitätskonstante ist der Kehrwert der trägen Masse m.
Gleiches F bewirkt bei *doppelter* Masse nur *halbe* Beschleunigung.



Zwei unterschiedlich große Massen hängen an zwei gleich gespannten Federn. Beim Loslassen beschleunigt die kleine Masse mehr und schwingt dann schneller.

a) Das Zweite Newtonsche Gesetz lautet daher $\boxed{a=\frac{1}{m}\cdot F}$.

Somit lässt sich auch aus a auf F rückschließen. $\boxed{F=m\cdot a}$.

Aufgabe 8: Ein Schlitten der Masse $m=12\,kg$ wird const. mit $F=500\,N$ auf einer glatten Eisfläche gezogen. Bestimme die Beschleunigung a und die Geschwindigkeitszunahme nach $t=5\,s$.

b) Das zweite Newtonsche Gesetz in der Impulsform.
Das Produkt m mal v nennt man *Impuls p* $\boxed{p=m\cdot v}$. Maßeinheit: $\boxed{[p]=kg\cdot m/s}$
Der Impuls beschreibt das „Stoßvermögen" des Körpers.
Er ist also sowohl proportional zur Masse m, als auch zur Geschwindigkeit v.
Schreibt man für die Beschleunigung $a=\Delta v/\Delta t$, so geht $F=m\cdot a$ über in $F=m\cdot\Delta v/\Delta t$.
Wegen $m\cdot\Delta v=m\cdot(v_2-v_1)=(m\cdot v_2-m\cdot v_1)=p_2-p_1=\Delta p$ kann man dann Newton II auch schreiben als $\boxed{F=\Delta p/\Delta t}$. In dieser Form ist das 2. Newtonsche Gesetz sogar allgemeiner, denn nun kann man auch Massenänderungen des Körpers berücksichtigen, wie sie z.B. bei einer Rakete durch Düsenausstoß auftritt.

c) Kraftstoß: Aus $\Delta p/\Delta t=F$ ergibt sich die *Kraftstoß*gleichung $\Delta p=F\cdot\Delta t$.

Aufgabe 9: Ein Tennisschläger wirkt mit 1 kN für 0,01 s auf den Ball von $m=50g$.

d) Messung der Kraft durch ein Newtonmeter: Bisher basierte die Kraftmessung auf der Dehnung des Newtonmeters (skalierte Spiralfeder). Das ist speziell.
e) Messung der Kraft durch ihre Beschleunigungsfähigkeit. Newton II liefert nun die Möglichkeit den Wert einer Kraft gem. $F=m\cdot a$ durch ihre Beschleunigungsfähigkeit zu bestimmen.
f) Maßeinheit der Kraft. Die Beschleunigungsfähigkeit liefert auch eine Möglichkeit die Maßeinheit *Newton* der Kraft auf die Grundmaßeinheiten Meter, Sekunde, Kilogramm zurückzuführen. Aus $F=m\,a$ ergibt sich $\boxed{N=kg\cdot m/s^2}$.

$\boxed{\text{1 Newton ist diejenige Kraft, die einer Masse von 1 } kg \text{ die Beschl. } a=1m/s^2 \text{ verleiht.}}$

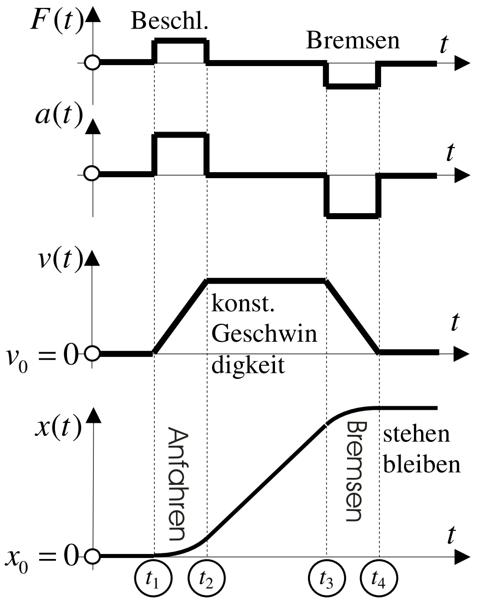
Messpraxis: $1N$ ist diejenige Kraft, welche einer Masse von 1 kg während einer konstanten Wirkdauer von $1s$ die Geschwindigkeits*zunahme* $1m/s$ verleiht.

E) Lösung der Newton-Gleichung (von Newton II) mit Hilfe von Zeit-Diagrammen.

Wir betrachten jetzt die *ein*dimensionale Bewegung eines Körpers mit $m=1kg$ längs einer geraden Fahrbahn. Folgende Informationen sind zur Berechnung der Fahrt *erforderlich*:
1) *Anfangsort* und *Anfangsgeschw*. müssen bekannt sein. Beispiel: $x_0=0m$, $v_0=0m/s$
2) Der *Kraft*verlauf während der Beschleunigung bzw. des Bremsens soll $F=\pm 1N$ betragen Dadurch lässt sich das Kraftdiagramm $F(t)$ zeichnen.

a) Während des Beschl. bzw. Bremsens gilt dann $a = F/m = \pm 1$ (ohne Maßeinh.) ansonsten: $a = 0$.

b) v und a hängen über $a = \dot{v}(t)$ (1.Abl.) zusammen. Die v-Fkt ist daher so zu wählen, dass ihre Ableitung (zeitliche Änderung = Stg. des v-Graphen) gleich $a(t)$ ist. Anfangs bleibt v daher null. Beim Beschl. zwischen t_1 und t_2 muss $v(t)$ die Stg. $+1$ (ohne Maßeinh.) haben. Zwischen t_2 und t_3 gilt $a = 0$. Die Geschwindigkeit v bleibt jetzt auf dem erreichten Wert. Zwischen t_3 und t_4 gilt $a = -1$, sodass v wieder auf null sinkt.

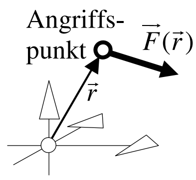


c) x und v hängen über $v = \dot{x}(t)$ (1.Abl.) zusammen. Die x-Funktion ist daher so zu wählen, dass ihre Ableitung (zeitliche Änderung = Steigung des x-Graphen) gleich $v(t)$ ist. Anfangs bleibt $x = 0$. Dann muss die Steigung linear zunehmen. Eine linear zunehmende Steigung hat die Parabel. Wie oben gezeigt, gilt $x = ½\, a t^2$. Also nimmt der Ort zwischen t_1 und t_2 parabelförmig zu. Zwischen t_2 und t_3 herrscht konstante Geschwindigkeit, so dass x jetzt linear zunimmt. Anschließend ist wieder ein Stück Parabel $x = -½\, a t^2$ anzusetzen. Dann folgt ein konstanter x-Wert und das „Auto“ stehen bleibt.

Aufgabe 10: Konstruiere die Zeichnung für $t_1 = 2s,\ t_2 = 4s,\ t_3 = 10s,\ t_4 = 12s$ und ermittele die maximale Geschwindigkeit $v_{\max}$ und den Zielort $x_{\max}$, den das Auto erreicht.

F) Kraft, Kraftfeld

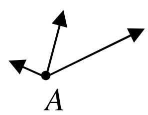
Eine Kraft hat nicht nur eine *Richtung* und eine *Stärke*, sondern auch einen *Angriffspunkt*. Wenn *jeder* Raumpunkt Angriffspunkt einer Kraft der *gleichen* Art ist, so liegt ein komplettes *Kraftfeld* vor. Die Schwerkraft ist ein Beispiel dafür. Im Bereich über der Erdoberfläche herrscht ein homogenes (= gleichgerichtetes, konstantes) Gravitationskraftfeld. In größerer Höhe nimmt die Feldstärke mit dem Qudrat der Entfernung (vom Erdmittelpunkt) ab.

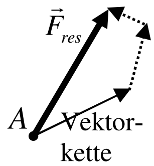


Greifen mehrere Kräfte an einem Körper an, so wirken diese zusammen:

a) Greifen die Kräfte an *unterschiedlichen* Orten des Körpers an, so kann neben Beschleunigung auch Deformation und Drehung eintreten.

b) Greifen mehrere Kräfte an *gleichen* Angriffspunkt an, so so addieren sich diese vektoriell zu einer einzigen Kraft, der „Resultierenden“ $\vec{F}_{res}$. Bei *zwei* Kräften gewinnt man die Resultierende durch die Konstruktion eines *Kräfteparallelogramms*. Greifen *mehrere* Kräfte an, so kann man die Vektoraddition mittels einer *Vektorkette* zeichnerisch ausführen. Dazu heftet man die Vektoren gemäß „Schaft an Spitze“ zu einer Vektorkette. $\vec{F}_{res}$ zeigt dann vom Angriffspunkt zum Kettenende.

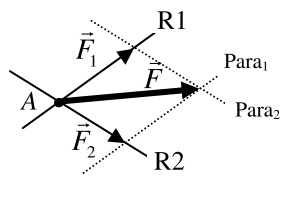




Vektoraddition ist *nur* bei *gleichem* Angriffspunkt sinnvoll.

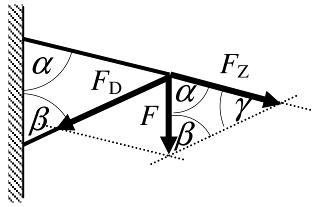
c) Komponentenzerlegung Komponentenzerlegung einer gegebenen Kraft.

Kann eine Kraft $\vec{F}$ nicht in ihrer, sondern z.B. in zwei anderen Richtungen wirken, so kann man $\vec{F}$ in entsprechende Komponenten zerlegen. Dazu zeichnet man Parallelen der beiden Richtungen durch die Spitze von $\vec{F}$ und projiziert dann auf die Richtungen.



1) Beispiele für Komponentenzerlegung

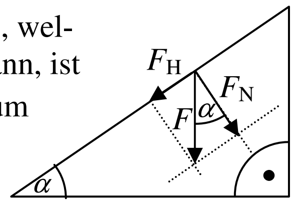
1) Zug- und Druckkraft einer Wandhalterung.



Unter den Winkeln α und β sind zwei Stäbe an die Wand montiert. An ihrer Verbindung hängt die Last *F*. Als Stufenwinkel übertragen sich α und β. Daraus ergibt sich $\gamma = 180° - \alpha - \beta$. Nach dem Sinussatz folgt dann für die Zugkraft am oberen Stab $F_Z = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma} \cdot F$ und für die Druckkraft am unteren $F_D = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} \cdot F$.

Aufgabe 11: Eine Lampe ($m = 4\,kg$)hängt an der Wandhalterung mit $\alpha = 80°, \beta = 55°$. Berechne die Zug- und Druckkraft.

2) Schiefe Ebene.



Auf einer schiefen Ebene mit Neigungswinkel α liege eine Masse, welche die Gewichtskraft F erfährt. Da die Masse nicht eindringen kann, ist die Kraftkomponente $\boxed{F_N = F \cdot \cos\alpha}$ (Normalenkraft) senkrecht zum Untergrund wirkungslos. Nur die *Hangabtriebskraft* $\boxed{F_H = F \cdot \sin\alpha}$ bewirkt Beschleunigung längs der schiefen Ebene.

Aufgabe 12: Ein Auto ($m = 800\,kg$) fährt eine Straße mit 14% Steigung hinauf. Berechne den Steigungswinkel α und die Hangabtriebskraft F_H.

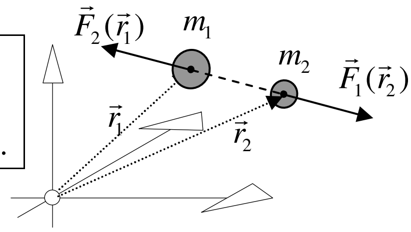
G) Das Dritte Newton'sche Gesetz (Newton III). Wie treten die Kräfte auf ?

Antwort: Kräfte treten *immer paarweise* auf, eine Einzelkraft gibt es *nicht*.

Wirkt ein Körper$_1$, der sich am Ort $\vec{r}_1$ befindet, mit einer von ihm ausgehenden Kraft $\vec{F}_1(\vec{r}_2)$ auf einen anderen Körper$_2$, welcher sich am Ort $\vec{r}_2$ befindet, so wirkt der Körper$_2$ mit der Kraft $\boxed{\vec{F}_2(\vec{r}_1) = -\vec{F}_1(\vec{r}_2)}$ auf den Körper$_1$ zurück.

D.h.: Die gegenseitigen Kräfte sind umgekehrt gerichtet und gleich groß (gegengleich).
Bzw.: Die gegenseitigen Kräfte sind betragsmäßig gleich groß und wirken längs der Verbindungslinie in *entgegen*gesetzter Richtung.

> Drittes Newtonsches Gesetz: **Actio = Reactio**.
>
> Ergebnis: **Kräfte treten grundsätzlich paarweise auf**.
> Es gibt kein Kraft**mono**pol, wie z.B. in der Religion.



Würden $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ dem Betrage nach *verschieden* sein, so würde sich das Körperpaar von *alleine* in Bewegung setzen.

Bei Abweichung von der Verbindungslinie, würden die Körper sich *allein* zu drehen beginnen.

Bemerkung: Hier liegt kein Kraftfeld vor, denn es gibt hier nur zwei (nicht ∞) Angriffspunkte.

Beispiele zum 3. Newtonschen Gesetz:

1) Fällt ein Apfel der Masse *m* vom Baum, so zieht die Erde ihn mit $F_A = -m \cdot g$ herab. Doch der Apfel zieht die Erde mit *gleich* großen Kraft $F_E = +m \cdot g$ zu sich empor. Die Beschleunigung der Erde ist mit $a = F / M_E = g \cdot m / M_E$ aber zu klein, um sie zu sehen. (s. unten)
2) Ohne Newtonsche III, könnte sich keine Rakete im Weltraum beschleunigen: Die Rakete stößt nach hinten Gaspartikel aus. Die Partikel erfahren an *ihrem* Ort eine Kraft *von* der Rakete nach hinten und die Rakete erfährt an *ihrem* Ort eine entspr. Kraft nach vorn.

3) Ebenso schießt ein Ruderboot vom Ufer in das Wasser weg, wenn man nach hinten aus dem Boot an Land springt.

4) Erstaunlicherweise erfolgt auch die ganz normale Fortbewegung zu Fuß oder mit dem Rad nach dem „Raketenprinzip“: Der Fuß drückt sich am Boden ab, er stößt jetzt nicht Gaspartikel, sondern den gesamten Erdball nach hinten (wovon dieser allerdings fast nichts merkt), entsprechend drückt der Erdball den Fuß nach vorn. Ebenso dreht sich der Medizinball nach hinten, wenn der Akrobat darauf vorwärts läuft. Auf Glatteis ist die gegenseitige Kraftübertragung vom Fuß zum Erdball stark gemindert, so dass dort fast kein Vorankommen ist.

5) Seilziehen: Ein schwerer und ein leichter Mann ziehen an den Enden eines Seiles. Auch selbst bei ungleicher Bodenhaftung übertragen beide *gegengleiche* Kräfte aufeinander. Doch die Wirkung dieser Kräfte ist unterschiedlich: Steht der schwere Mann z.B. auf Eis und der Leichte auf haftendem Untergrund, so wird der Leichte das Seilziehen gewinnen, auch wenn der Schwere noch so zieht, er zieht sich nur selbst zum Leichten hin, denn dieser kann die auf ihn wirkende Kraft auf den Boden übertragen, während die gegengleiche Kraft auf den Schweren beschleunigend wirkt, denn er gleitet auf dem Eis.

Aufgabe 13: Gib weitere Beispiele für das 3. Newtonsche Gesetz an.

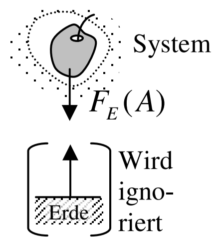
d) *Fernwirkung* der Kräfte

Bei den obigen Beispielen erfolgt die Kraftübertragung zwischen Körper$_1$ und Körper$_2$ durch direkten Kontakt, so dass sich die Atome der Oberflächen gegenseitig stoßen. Newton (1642-1724) hatte bei der Aufstellung seines Gravitationsgesetzes eine Riesenproblem zu überwinden: Wie merkt der Apfel, dass die Erde ihn anzieht und wie merkt der Mond das Entsprechende, zumal hier noch über eine viel größere Entfernung hinweg? Allein die „Unlösbarkeit“ dieser Frage machte es der Antike unmöglich, so etwas wie die „Schwerkraft“ zu ersinnen. Newton war „gnadenlos“ und behauptete einfach, dass es eine Fernwirkung der Kräfte gäbe, die durch die unterschiedlichen Orte allein bereits zustande käme. Das erwies sich später als falsch. Auch die Gravitation besitzt einen „nachbarschaftlichen“ Übertragungsmechanismus. Das Gravitationsfeld überträgt Änderungen auch „nur“ von Punkt zu Nachbarpunkt mit Lichtgeschwindigkeit

H) Das Physikalische System: *Innere* und *äußere* Kräfte.

Beispiel: Wenn sich ein Apfel der Masse $m_A = 100g$ vom Zweig löst, so erfährt er *von* der Erde die Schwerkraft $F_A = -m_A \cdot g = -0{,}981N$ und fällt auf Grund dessen mit der Beschleunigung $a_A = F_A / m_A = -\cancel{m_A} \cdot g / \cancel{m_A} = -g = \underline{\underline{-9{,}81 m/s^2}}$ auf diese zu.

Die Erde erfährt zwar die gegen*gleiche* Kraft $F_E = +0{,}981N$, doch ihre Beschleunigung ist gering, denn mit $m_E = 5{,}97 \cdot 10^{24} kg$ folgt $a_E = F_G / m_E = 0{,}981N \ / \ 5{,}97 \cdot 10^{24} kg = \underline{\underline{1{,}6 \cdot 10^{-25} \ m/s^2}}$.



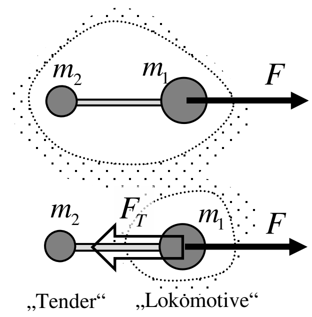
Da die Wirkung der *gleich*großen Gegenkraft, welche der Apfel auf die Erde ausübt, fast null ist, *ignoriert* man die Gegenkraft und grenzt den Apfel *gedanklich* von der Erde ab.

Den *willkürlich* abgegrenzten Teil des Ganzen nennt man ein „Physikalisches System“. Durch Auswahl und Abgrenzung *scheint* für das Physikalische System eine Kraft *ohne* Gegenkraft zu existieren, welche jetzt allerdings durch die Systemgrenze *hindurch* greift.

Dadurch ergibt sich die Unterscheidung zwischen *inneren* und *äußeren* Kräften:

Innere Kräfte haben ihren Ausgangspunkt *und* Angriffspunkt *innerhalb* des Systems. *Äußere* Kräfte: Ausgangspunkt außerhalb, Angriffspunkt *innerhalb* des Systems. Sie *durchstoßen* die Systemgrenze.

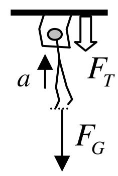
I) Trägheitskraft



Ein System bestehe aus einer Hantel mit den Massen m_1 und m_2, sowie einer starren, „masselosen“ Verbindungsstange.
Die Kraft F greife durch die Systemgrenze an m_1 an, sodass m_2 durch die Stange mitgenommen wird. Die Beschleunigung a der Hantel ergibt sich dann aus $(m_1 + m_2)\cdot a = F$.
Nun wird die Systemgrenze *willkürlich* geändert und nur m_1 als System angesehen. Durch Umstellung erhält man eine Newtongleichung für m_1 *allein*: $m_1 \cdot a = F + F_T$ mit $F_T = -m_2 \cdot a$. Auf m_1 wirkt also eine Kräftesumme.

Interpretation:
An m_1 greift außer F nun *zusätzlich* die fiktive äußere Kraft $F_T = -m_2 \cdot a$ an.
$F_T = -m_2 \cdot a$ heißt *Trägheitskraft* von m_2. Sie tritt *nur* bei *Beschleunigung* auf.
Die Masse m_1 ist hier „Lokomotive“, während m_2 der mitgeschleppte träge „Tender“ ist.

Das führt zu einer weiteren Interpretation des Zweiten Newtonschen Gesetzes: Um m mit a zu beschleunigen, muss man die Trägheitskraft $F_T = -m \cdot a$ überwinden.



Aufgabe 14 *Klimmzug*: Während der $\approx 0{,}1\,s$ Sekunden des ruckartigen Anzugs *beschleunigt* der Körper. Anschließend zieht man sich gleichförmig hoch. Frage: Welche Kräfte muss die Reckstange während der beiden Phasen des Klimmzuges aufnehmen?

Welcher Faden reißt zuerst ?

Eine Masse M hängt an einen dünnen Faden ohne dass dieser reißt. Unter M wird ein gleichartiger Faden mit Halterung angebracht. Dort werden schrittweise kleine Teilmassen m aufgelegt. Nach zehn Teilmassen reißt der obere Faden. Was könnte geschehen, wenn die zehn Teilmassen auf einmal auf die Halterung geworfen werden? Antworte und begründe.

Aufgabe 15: Zur Trägheit gibt es noch weitere „Zaubertricks“ mit Münze, Papier und Glas.

J) Elastischer und inelastische Stoß. Impuls, Energie, Erhaltungssätze.

Der Stoß zweier Massen m_1 und m_2 stellt das *erste Kollisionsexperiment* der Physik dar. Beim Stoß verformen sich die Körper kurzfrisig und kehren dann mehr oder weniger in ihre Ausgangsform zurück. Dabei ändern die Massen ihre Geschwindigkeiten. Es kommt zu einem Austausch der Impulse und der Bewegungsenergie. Die Extremfälle sind der vollkommen *elastische* und der vollkommen *inelastische* Stoß. Näherungsbeispiele dafür sind zwei Stahlkugeln bzw. zwei Mehlsäcke. Experimentell führt man den Stoß mit zwei Gleitwagen auf der Luftkissenbahn durch. Gemessen werden die Geschwindigkeiten v_1, v_2 vor und u_1, u_2 nach dem Stoß.
Daraus berechnet man die Impulse $p_1 = m_1 v_1$, $p_2 = m_2 v_2$ vor und $q_1 = m_1 u_1$, $q_2 = m_2 u_2$ nach dem Stoß, sowie die vier kinetischen Energien $W_1 = ½ m_1 v_1^2$, $W_2 = ½ m_2 v_2^2$, $V_1 = ½ m_1 u_1^2$, $V_2 = ½ m_2 u_2^2$.
Als Ergebnis erhält man eine Aussage über den *Gesamtimpuls* und über die *Gesamtenergie*.

1) Impulserhaltungssatz: *Unabhängig* vom Elastizitätsgrad gilt *immer* der Impulserhaltungssatz: Die Impulssumme vor und nach dem Stoß ist stets *gleich*. Das liegt an Newton III.
2) Energieerhaltungssatz: Dieser Satz fragt, ob auch die Energiesummen vor und nach dem Stoß gleich sind. Die Auswertung zeigt, dass dies *nur* für den *vollständig elastischen* Stoß der Fall ist. Bei inelastischer Verformung wird ein Teil der Energie in Wärme verwandelt. Historisch gesehen wurden Impuls und Energie erst durch die Stoßexperimente entdeckt.

3) Für beide Extremfälle gibt es *Transformationsformeln* für die Geschwindigkeiten:
   a) Beim ideal elastische Stoß lauten die Transformationsformeln
$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)\cdot v_1 + 2m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} \qquad \text{und} \qquad u_2 = \frac{2m_1 \cdot v_1 + (m_2 - m_1)\cdot v_2}{m_1 + m_2}$$
   b) Beim ideal inelastischen Stoß sind beide u's gleich: $u_1 = u_2 = u = \dfrac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$
   c) Zum Nachweis der obigen Aussagen überprüft man die Gesamtimpulse $p_1 + p_2$ und $q_1 + q_2$ und die Gesamtenergien $W_1 + W_2$ u. $V_1 + V_2$ vor und nach dem Stoß und vergleicht.

Sonderfälle:

1) Für $m_1 \gg m_2$ gilt immer $u_1 = v_1$ und im el. Fall $u_2 = 2v_1 - v_2$ und im inel. Fall $u_2 = v_1$.
2) Beim inel. Stoß ist Energieverlust max.. für $m_1 = m_2$. Dann gilt $\Delta W_{\max} = -¼\, m \cdot (v_2 - v_1)^2$.
3) Swing-by-Manöver: Den Vorbeiflug eines Satelliten an einem Planeten kann man als elastischen Stoß interpretieren, bei welchen Energie übertragen wird.

Aufgabe 16: Wähle $m_1 = 1kg, m_2 = 2kg$. Die beiden Massen stoßen sich mit $v_1 = 2m/s$ und $v_2 = -5m/s$. Berechne für den elastischen und inelastischen Stoß zunächst die Geschwindigkeiten u_1, u_2 nach dem Stoß, dann alle Impulse und Energien. Bestätige die Erhaltungssätze.

K) **Arbeit** wird verrichtet, wenn mittels **Kraft Energie** durch eine **Systemgrenze** übertragen wird.

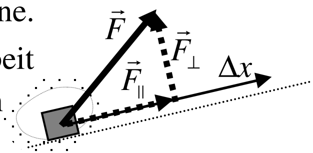
Für die Arbeit ist es unwesentlich, wie lange die Kraft durch die Systemgrenze wirkt, denn die Formel $\Delta W = F \cdot \Delta t$ ist **falsch**, (die gilt für Δp). Arbeit wird nur *verrichtet*, wenn die Kraft eine *räumliche* Änderung, nämlich ein $\Delta x \neq 0$ bewirkt: Ohne Δx keine Arbeit!

Die *durch* eine *Systemgrenze* übertragene Energie heißt *Arbeit* ΔW.

$\boxed{\text{Arbeit} = \text{Kraft}_{\text{von außen}} \cdot \text{Weg}_{\text{innen}}}$ bzw. $\boxed{\Delta W = F_{außen} \cdot \Delta x_{innen}}$.

Auf Grund von *Zwangsbedingungen* (Schiene), kann ein Körper ggf. *nicht* der antreibenden Kraft folgen, sodass ein Winkel zwischen $\vec{F}$ und $\overrightarrow{\Delta x}$ besteht. In diesem Fall wird nur die zu $\overrightarrow{\Delta x}$ parallele Komponente $F_{\parallel}$ wirksam. $\vec{F}_{\perp}$ verformt lediglich die Schiene.

Schlussfolgerung: Unter der Zwangsbedingung $\vec{F} \perp \Delta\vec{x}$ kann *keine* Arbeit verrichtet werden. D.h., wenn das System der äußeren Kraft *nicht* folgen kann, kann *keine* Energie von außen nach innen übertragen werden.

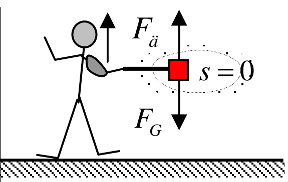


L) **Arbeit dient meist zur Überwindung innerer Kräfte, Vorzeichen von W**

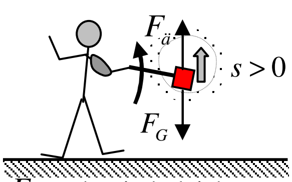
Beispiel **Heben**: Hält man eine Masse m auf einer Höhe *fest*, so gilt $F_ä = -F_G$ bzw. $F_{ges} = F_ä + F_G = 0$. Beim Festhalten „schwebt" die Masse also. Mit $F_{ges} = 0$ kann sie aber genauso gut *gleichförmig* um $s > 0$ steigen oder um $s < 0$ sinken. Jedes Mal gilt $F_ä = -F_G$

a) Wird m nur festgehalten, so ist $s = 0$ und es wird *keine* Arbeit verrichtet: $W = F_ä \cdot 0 = 0$.
b) Wird m angehoben, so zeigen s und $F_ä$ in die *gleiche* Richtung: $W = F_ä \cdot s > 0$
c) Wird m abgesenkt, so sind s und $F_ä$ *entgegengesetzt*: $W = F_ä \cdot s < 0$

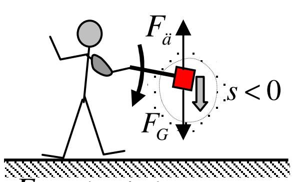
Ob Halten, Heben oder Senken, jedesmal ist das *gleiche* $F_ä$ aufzuwenden. Beschleunigungsfreies Heben braucht *keine* größere Kraft als Halten. Und Senken ohne zusätzliches Fallen braucht *keine* geringere Kraft.



Bei reinem Halten ist $W = 0$. Reines Halten zählt nicht als Arbeit.



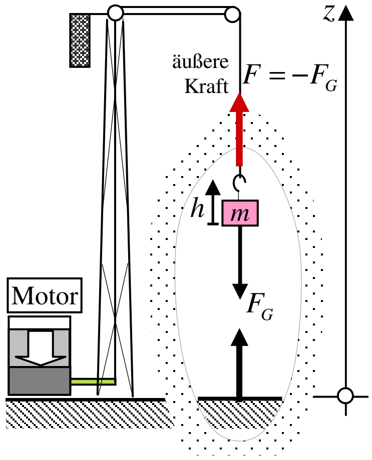
$F_ä$ und s sind gleich gerichtet: $W > 0$. Arbeit wird verrichtet.



$F_ä$ und s sind entgegen gerichtet: $W < 0$. Die verrichtete Arbeit ist negativ.

a) Die äußere Kraft überwindet die Schwerkraft.

Das System bestehe jetzt aus der Masse m *und* der Erde, in deren Schwerefeld m die Schwerkraft $F_i = F_G = -m \cdot g$ nach unten erfährt. Diese Kraft muss durch $F_ä$ kompensiert werden, damit m still steht. Wäre $F_ä$ größer als $m \cdot g$, so würde m zusätzlich nach oben beschleunigt, das soll nicht sein. Andernfalls würde nach unten beschleunigt, was auch unterbleiben soll. Daher fordern wir genau $F_ä = -F_G = +m \cdot g$.

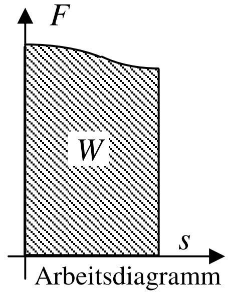


Die vom Motor *durch* die Systemgrenze übertragene Energie = *Arbeit* hat dann, bei einer Verschiebung von m um die Wegstrecke h, den Wert $\Delta W = F_ä \cdot h = +m \cdot g \cdot h$.

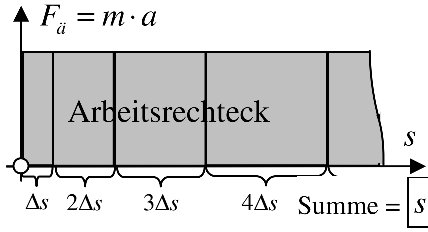
Für $h > 0$ gilt $\Delta W > 0$ und das System *gewinnt* Energie, welche als potentielle Energie *gespeichert* wird.
Ist $h < 0$, so wird die Masse mit konst. Geschw. abgesenkt und das System verliert pot. Energie.
Allgemein gilt: $\boxed{\Delta W_{pot} = m \cdot g \cdot h}$.

Aufgabe 17:
a) $m = 100g$ wird um $s = 1m$ angehoben. Berechne ΔW_{pot}.
b) Das kreisförmige Oberbecken eines Pumpspeicherwerkes mit $r = 100m$ und $h = 4m$ liegt $H = 120m$ über dem Unterbecken. Wieviel Energie kann gespeichert werden?

b) Die äußere Kraft überwindet die Trägheitskraft



Um eine Masse m aus der Ruhe auf die Endgeschwindigkeit v zu bringen, muss die Trägheitskraft $F_T = -m \cdot a$ durch die äußere Beschleunigungskraft $F = m \cdot a$ kompensiert werden. Weil der Körper dabei zwangsläufig seinen Ort ändert und somit $\Delta s \neq 0$ ist, wird stets Beschleunigungsarbeit verrichtet. Diese wird vom Körper dann als kinetische Energie gespeichert. Die zugeführte Beschleunigungsarbeit ermitteln wir mit Hilfe eines *Arbeitsdiagrammes*. Auf der *x*-Achse eines Arbeitsdiagramms wird die zurückgelegte Strecke *s* aufgetragen, auf der *y*-Achse steht die jeweilige Kraft *F*.



Weil das *Produkt* aus Kraft und Weg die Arbeit liefert, stellt sich die zu verrichtende Arbeit als Flächeninhalt im Arbeitsdiagramm dar.
Wie sieht das Arbeitsdiagramm aus, wenn konstant beschleunigt wird?
Auf der *y*-Achse steht die konstante Kraft $F = m \cdot a$, während sich die zurückgelegte Strecke, wegen der zunehmenden Geschwindigkeit aus immer größer werdenden Teilstrecken zusammensetzt. In Kap B)h) wurde gezeigt, dass die insgesamt zurückgelegte Strecke $s = ½ \cdot a \cdot t^2$ beträgt. Für Beschleunigungsarbeit bzw. kinetische Energie erhält man somit

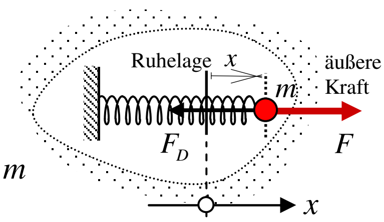
$W_{kin} = \text{Kraft} \cdot \text{Weg} = (m \cdot a) \cdot (½ \cdot a \cdot t^2) = ½ m a \cdot a \cdot t \cdot t = ½ m (a \cdot t) \cdot (a \cdot t) = ½ m v^2$.

Bei konstanter Beschleunigung gilt nämlich $v = a \cdot t$. Endergebnis: $\boxed{W_{kin} = ½\, m\, v^2}$.

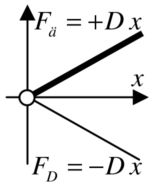
Bemerkung: Arbeit ist nicht $\text{Kraft} \times \text{Zeit}$, $\text{Arbeit} = \text{Kraft} \times \text{Weg}$. Pro gleich bleibendem Zeitschritt vergrößert sich der Weg zunehmend. Das steigert den Arbeitsaufwand zunehmend.

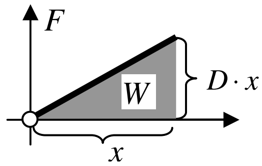
Aufgabe 18: Ein Auto ($m = 1{,}2t$) hat eine kin. Energie von $600kJ$. Wie schnell fährt es?

c) Die äußere Kraft überwindet die Hookesche Federkraft.



Das System besteht jetzt aus einer Feder mit Federkonstante *D*, der Wandhalterung, an welcher sich die äußere Kraft F abdrückt und der Masse *m*. Bei langsamem Ausziehen ist die von *m* vernachlässigbar und F muss nur die rücktreibende Federkraft $F_D = -D \cdot x$ kompensieren. Daher ist die erforderliche äußere Kraft $F(x) = +D \cdot x$ eine lineare *Funktion* von *x*. Die zu verrichtende Arbeit liefert wieder das Arbeitsdiagramm, welches hier als Fläche unter der Kraftkurve ein rechtwinkliges Dreieck mit Länge *s* und Höhe $D \cdot x$ enthält. Der Flächeninhalt liefert dann die Spannarbeit der Feder. Die Spannarbeit wird ebenfalls als potentielle Energie (elastische Energie) gespeicht. Es gilt $\boxed{W_{pot} = ½\ D \cdot x^2}$





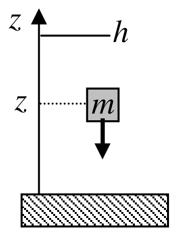
Aufgabe 19: Die Spannfeder einer Federpistole hat die Federkonstante $D = 30\,kN/m$. Die Feder wird um $x = 4\,cm$ zusammen gedrückt. Es wird eine Kugel mit $m = 3g$ verschossen.

a) Wieviel Spannenergie steckt in der Feder.
b) Mit welcher Geschwindigkeit verlässt die Kugel die Mündung?
c) Die Kugel wird in einem 100g schweren, ruhenden Mehlsack geschossen. Wie schnell bewegen ich Kugel und Mehlsack anschließend?
d) Wie hoch kann die Kugel bei senkrechten Schuss aufsteigen?

M) Energieerhaltungssätze

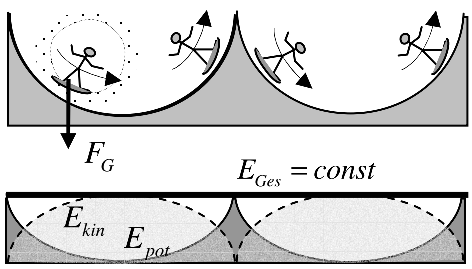
a) Die Summe der *kinetischen* Energien *zweier* Massen bleibt beim elastischen Stoß erhalten. Die Energien werden zwischen den Stoßpartnern ausgetauscht: $\boxed{W_{kin,1} + W_{kin,2} = W_{Ges} = konst}$

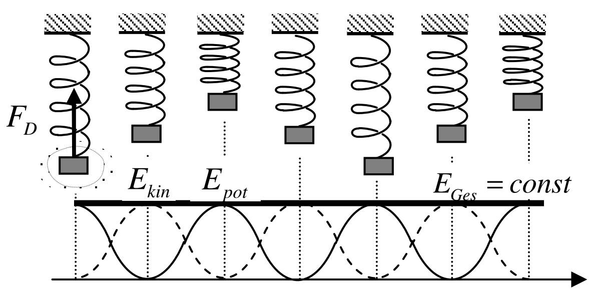
b) Die Summe von *potentieller* und *kinetischer* Energie *einer* Masse im Schwerefeld bleibt beim freien Fall bzw. beim Wurf erhalten: In der Höhe *z* über der Tischplatte besitzt die Masse *m* die potentielle Energie $W_{pot} = m \cdot g \cdot z$, wenn für das Tischniveau $W_{pot} = 0$ festgesetzt wird. Beim senkrechten Fall nimmt die Geschwindigkeit wegen der konstanten Beschleunigung (mit Ortsfaktor *g*) linear gemäß $v = -g \cdot t$ (nach unten gerichtet) zu. Daraus ergibt sich für die kinetische Energie $W_{kin} = ½\ m v^2 = ½\ m\,g^2 \cdot t^2$. Jetzt muss t^2 ersetzt werden. Das gelingt mit Hilfe des Weg-Zeit-Gesetzes. Für konstante Beschleunigung hatten wir $s = ½ \cdot a \cdot t^2$. Mit der Starthöhe *h* und der Beschleunigung $-g$ nach unten wird das zu $z = -½ \cdot g \cdot t^2 + h$. Umstellen nach t^2 liefert $t^2 = 2(h-z)/g$. Einsetzen ergibt nach Kürzen $W_{kin} = ½\ m\,g^2 \cdot t^2 = = ½\ m\,g^2 \cdot 2(h-z)/g = m\,g \cdot (h-z)$. Also $W_{kin} = m\,g\,h - m\,g\,z$. Damit sieht man, dass die Summe von W_{pot} und W_{kin} konstant gleich dem Wert $m\,g\,h$ ist: $\boxed{W_{ges} = W_{pot} + W_{kin} = m\,g\,h = const}$. W_{ges} bleibt also stets auf dem Wert der anfänglichen potentiellen Energie. Mit zunehmender Falltiefe nimmt W_{pot} zwar ab, aber W_{kin} nimmt in dem gleichen Maße zu.



c) Beim Federpendel gilt ebenfalls $W_{kin} = ½\ m v^2$, denn die kinetische Energie folgt immer der gleichen Formel. Für die potentielle Energie gilt hier $W_{pot} = ½\,D \cdot x^2$. Der Beweungsablauf ist hier sinusförmig. Setzt man das ein, ergibt sich $\boxed{W_{kin} + W_{pot} = W_{ges} = konst}$.

d) Beispiele





N) Leistung

Das Zuführen von Energie ΔW durch die Systemgrenze, also das Verrichten von Arbeit, nimmt Zeit Δt in Anspruch. Wie schnell die Zuführung erfolgt, wird durch die *Leistung* P erfasst. P ist das Verhältnis von ΔW zu Δt. Für die *mittlere Leistung* während der Zeitspanne Δt gilt somit $\boxed{P = \Delta W / \Delta t}$. Die *Momentanleistung* zum Zeitpunkt t ergibt sich dann durch den Grenzwert $\Delta t \to 0$ als die erste *Ableitung* der Arbeit bezüglich der Zeit $\boxed{P(t) = \dot{W}(t)}$.

a) Leistung im Schwerefeld der Erde.

Zieht man die Masse m mit einer konstanten Geschwindigkeit v vom Boden empor, so wächst ihre Höhe gemäß $h = v \cdot t$. Damit muss im Verlaufe der Zeit die Arbeit $W(t) = m \cdot g \cdot (v \cdot t)$ zugeführt werden. Ableiten nach t ergibt $\boxed{P(t) = m \cdot g \cdot v}$.
Bei konstanter Hubgeschwindigkeit ist die Hubleistung also *konstant*.

b) Leistung an der Spiralfeder.

Die Arbeit zur Federverlängerung auf die Auszugslänge x beträgt $W = ½ D \cdot x^2$. Soll die Feder mit konstanter Geschwindigkeit v verlängert werden, so ist jetzt $x = v \cdot t$ einzusetzen. Ableiten von $W(t) = ½ D \cdot v^2 \cdot t^2$ nach t ergibt $P(t) = D \cdot v^2 \cdot t$. Die Leistung muss also linear mit der Zeit zunehmen, um konstante Geschwindigkeit zu erreichen.

c) Leistung zur Überwindung der Trägheitskraft, Beschleunigungsleistung.

Bei der Beschleunigung nimmt der Körper (das Fahrzeug) die zugeführte Energie als kinetische Energie W_{kin} auf, so dass diese sich um $\Delta W_{kin} = F \cdot \Delta x = m \cdot a \cdot \Delta x$ vergrößert. Damit ergibt sich $P = \Delta W_{kin} / \Delta t = m \cdot a \cdot \Delta x / \Delta t = m \cdot a \cdot v$, also $\boxed{P(t) = m \cdot a \cdot v}$ bzw. $\boxed{P(t) = F \cdot v}$.

Jetzt werden mehrere Fälle diskutiert.

1) Fahren mit konstanter Geschwindigkeit, $v = const$. (Ohne Reibung)
Jetzt ist $v = const$ und somit $a = 0$. Daher folgt $P(t) = m \cdot 0 \cdot v = 0$. Für konst. Geschwindigkeit ist also *keine* Leistung erforderlich. Das entspricht Galileis Trägheitsgesetz.

2) Fahren mit konstanter Beschleunigung, $a = const$. (Ohne Reibung)
Für $a = const$ nimmt die Geschwindigkeit gemäß $v = a \cdot t$ linear zu, sodass sich $P(t) = m \cdot a \cdot v = m \cdot a^2 \cdot t$ ergibt. Um konstante Beschleunigung zu erreichen, muss die Leistung also linear mit der Zeit hochgefahren werden. – Auch die Erde überträgt auf den konstant beschleunigt fallenden Körper pro Sekunde linear zunehmende Energie.

3) Fahren mit konstanter Leistung, $P = const$. (Ohne Reibung)
Konstante Leistung liegt z.B. vor, wenn ein Auto per Getriebe in der Lage ist, seine volle Leistung von z.B. $P = 50 kW$ *durchgängig* auf die Straße zu bringen. Bei konstantem P sind F und v wegen $P = F \cdot v = const$ (s. oben) daher produktgleich und somit antiproportional. Mit zunehmender Geschwindigkeit v wird die Antriebskraft F daher immer geringer. Das hat nichts mit zunehmendem Luftwiderstand zu tun, denn dieser wird hier gar nicht beachtet. Wie kann man die Antiproportionalität von F und v veranschaulichen?

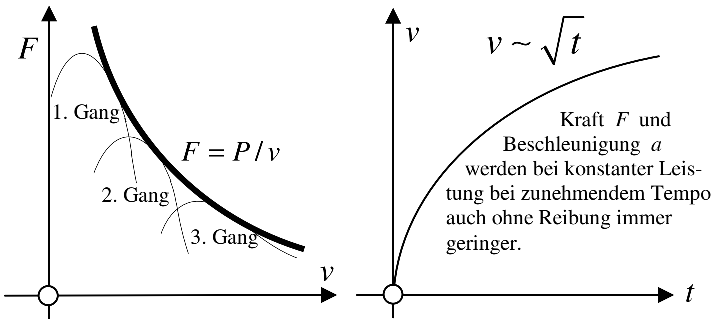
Bei den einfachen Maschinen der Mechanik, wie dem Flaschenzug oder der schiefen Ebene gilt die „goldene Regel" $\Delta W = F \cdot \Delta s$, welche besagt, dass man die *gleiche* Arbeit z.B. mit halber Kraft verrichten kann, wenn man dafür den doppelte Weg in Kauf nimmt. - *Verdoppelt* man nun den (pro Sekunde zurückgelegten) Weg, weil man das Tempo verdoppelt hat, so muss man die halbe Kraft in Kauf nehmen, weil ja die *gleiche* Arbeit pro Sekunde (wegen $P = \Delta W / \Delta t = const$) verrichtet werden soll.

Somit werden Kraft F und damit auch Beschleunigung $a = F / m$ bei zunehmendem Tempo immer geringer. Das hat nichts mit Reibung zu tun, das Auto fährt der Kraftübertragung durch das immer größer werdende Δx pro Sekunde „einfach davon".

Die Gangschaltung kann das nicht ausgleichen, sie dient lediglich dazu, möglichst durchgängig die volle Leistung auf die Straße zu bringen.
Wie entwickelt sich die Geschwindigkeit beim Fahren mit konstanter Leistung?
Bei *konstanter* Leistung erhält das Fahrzeug vom Motor pro Sekunde stets die *gleiche* Energiemenge, sodass die gesamte übertragene Energie (entsprechend der Minderung des Tankinhaltes) gemäß $W = P \cdot t$ *linear* mit der Zeit zunimmt.
Ohne Reibung verwandelt sich diese Energie komplett in kinetische Energie.

Daher gilt: $P \cdot t = ½ m v^2$.
Umstellen nach v ergibt

$$v(t) = \sqrt{\frac{2P}{m}} \cdot \sqrt{t} \sim \sqrt{t} \; .$$



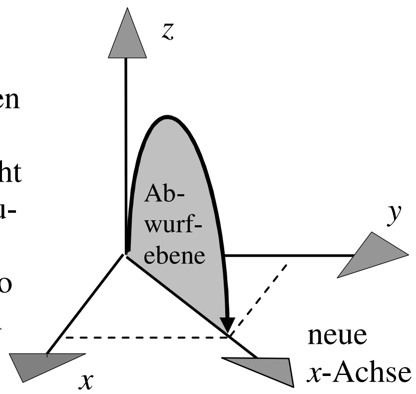
Die Geschwindigkeit nimmt also nur noch „wurzelmäßig“ zu. Auch das liegt *nicht* an der Reibung, bei der es letztlich *gar keine* Geschwindigkeitszunahme gäbe, sondern es ist prinzipieller Natur.

Aufgabe 20: Berechne jeweils die *mittlere* Leistung.
a) Ein $120\,kg$ Bierfass wird in $2s$ vom Boden auf eine $1{,}4\,m$ hohe Ladefläche gehoben.
b) Ein $1{,}2\,t$ Auto wird in $3s$ von null auf $108\,km/h$ beschleunigt.
c) Eine Feder mit $D = 2\,kN/m$ ist um $5cm$ eingedrückt und entspannt sich in $20\,ms$.

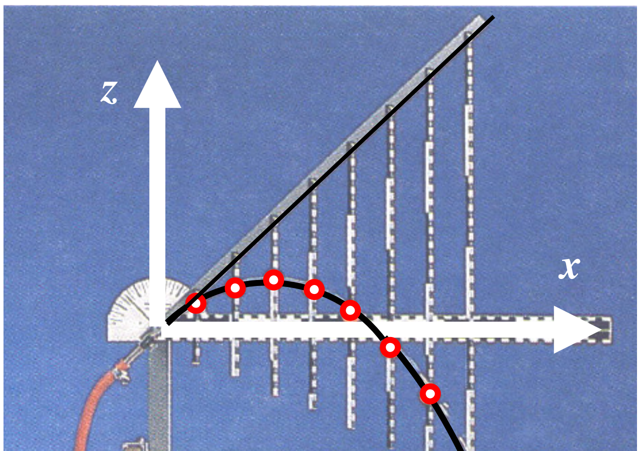
Aufgabe 21: Wie groß ist die max. Beschl. eines Trabis mit $P = 15kW$ bei $v = 80\,km/h$?

O) Fall- und Wurfbewegung.

Im reibungslosen Fall zeigt uns das Newtonsche Bewegungsgesetz, dass die Gesamtbewegung beim Wurf eine reine *Überlagerung* von unabhängigen Einzelbewegungen ist. Dieser Sachverhalt heißt „*Superpositionsprinzip*“. Wählt man die z-Achse des Koordinatensystems senkrecht zum Erdboden, so findet *nur* in z-Richtung eine Beschleunigung statt. Wurde der Körper außer nach oben, auch in einer gewissen x-y-Richtung nach vorne abgeschossen, so bleiben die Geschwindigkeitskomponenten dieser beiden Richtungen erhalten, denn parallel zum Boden gibt es ja keine Beschleunigung. Somit ist die Wurfbewegung nur zweidimensional, sie verbleibt in der Abwurfebene. Dreht man z.B. die x-Achse in die Abwurfrichtung, so lässt sich die gesamte Wurfbewegung im x-z-Koordinatensystem beschreiben.



Nicht nur, dass die Wurfbewegung als Überlagerung der Raumrichtungen ergibt, innerhalb der Raumrichtungen gilt das Überlagerungsprinzip ein zweites mal: Wenn senkrecht nach oben abgeschossen wird, würde der Körper ohne Schwerkraft gleichförmig gradlinig nach oben weiterfliegen. Wenn die Schwerkraft dazu kommt, „stirbt die erste Bewegung nicht ab“, sie „bleibt am Leben“, die beschleunigte Bewegung nach unten überlagert sich dem gleichförmigen Aufstieg lediglich. Die Beschleunigung in die neg. z-Richtung ist durch den Ortsfaktor $g \approx 10\,m/s^2$ gegeben. Damit ergibt sich:



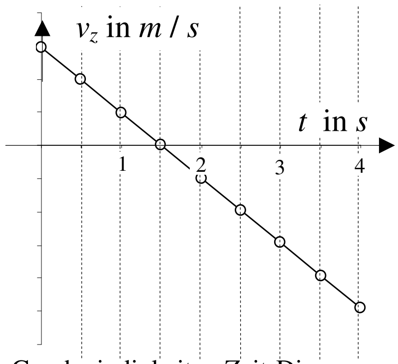
Die Wurfbewegung ist eine Überlagerung von zwei Bewegungen in x- und z-Richtung

in x-Richtung	
Geschw.	$v_x(t) = v_{x,0}$
Ort (Stelle)	$x(t) = x_0 + v_{x,0} \cdot t$

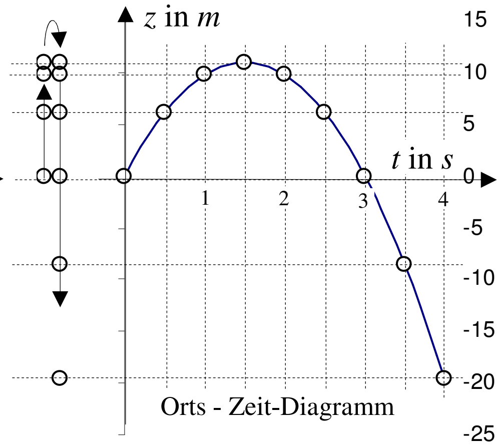
in z-Richtung	
Geschw.	$v_z(t) = v_{z,0} - g \cdot t$
Ort (Stelle)	$z(t) = z_0 + v_{z,0} \cdot t - ½ \cdot g \cdot t^2$

Links: Die anfänglich positive Geschwindigkeit nach oben nimmt linear ab. Für $v_z = 0$ ist der höchste Punkt erreicht, hier bei $t = 1{,}5\ s$.

Rechts: Tatsächlich ist bei $t = 1{,}5\ s$ der höchste Pkt. erreicht. In der Seitenansicht ist der „Schiefe Wurf" vom „Senkrechten Wurf" nicht zu unterscheiden.



Geschwindigkeits - Zeit-Diagramm



Orts - Zeit-Diagramm

Beispiel: Wasserstrahl

Gegeben: Betrachte denjenigen Wassertropfen, der z.Z. $t = 0$ bei $x_0 = 0$ und $z_0 = 0$ mit der $v_{x,0} = 3 m/s$ nach rechts gespritzt. Da die Düse auf 45° steht, gilt auch $v_{z,0} = 3 m/s$.

Für die Rechnung lassen wir die Maßeinheiten weg:

Steigzeit: Geschw. nach oben: $v_z(t) = v_{z,0} - g \cdot t = 3 - 10 \cdot t$. Wann ist der höchste Pakt. erreicht? Wenn der Tropfen nicht mehr steigt, wenn also $v_z(t) = 0$ gilt. Einsetzen: $0 = 3 - 10 \cdot t$. Umstellen nach t: Der Tropfen erreicht zum Zeitpunkt $t = 0{,}3 s$ den höchsten Punkt.

Fallzeit: Im reibungslosen Fall benötigt der Tropfen für's Runterfallen die gleiche Zeit.

Steighöhe: $t = 0{,}3 s$ in die $z(t) = z_0 + v_{z,0} \cdot t - ½ \cdot g \cdot t^2$ einsetzen:

$z(0{,}3) = 0 + 3 \cdot 0{,}3 - 0{,}5 \cdot 10 \cdot 0{,}3^2 = 0{,}9 - 0{,}45 = 0{,}45$. Die Tropfen steigen also $0{,}45m$ auf.

Wurfweite: Der gesamte Flug dauert $2 \cdot 0{,}3 s = 0{,}6 s$. Diese Zeit wird nun in $x(t) = x_0 + v_{x,0} \cdot t$ eingesetzt. $x(0{,}6) = 0 + 3 \cdot 0{,}6 = 1{,}8$.

Ergebnis: Der Strahl schlägt $1{,}8 m$ weit von der Düse entfernt wider auf den Tisch auf.

Aufgabe 22

1) Wie hoch kann man Wasser spritzen, das mit 15*m/s* die Düse verlässt?
2) Beim Schlagballwerfen wird der Ball mit 20*m/s* unter 60° aus 1,8*m* Höhe abgeworfen. Berechne Scheitelhöhe, Wurfdauer und Wurfweite.
3) 1,5*m* über dem Boden wird eine Kugel waagerecht abgeschleudert. Sie fliegt in horizontaler Richtung gemessen 4*m* weit. Wie lange war sie unterwegs? Mit welcher Geschwindigkeit wurde sie abgeschossen? Unter welchem Winkel trifft sie am Boden auf?
4) Ein unerfahrener Pilot lässt einen schweren Versorgungssack genau senkrecht über dem Zielpunkt aus der in 500*m* Höhe horizontal fliegenden Maschine fallen. Der Sack schlägt 1,0 *km* vom Ziel entfernt auf. Welche Geschwindigkeit hatte das Flugzeug?

A) Einfache Maschinen nutzen die Produktform von physikalischen Größen.

Um eine Masse m um die Höhe h zu heben, muss man die Hubarbeit als $W = F_ä \cdot h = m \cdot g \cdot h$ verrichten. Beispiel: $m = 50 kg$, $g \approx 10 m/s^2$ ergibt $F_ä = 50 kg \cdot 10 m/s^2 = 500 N$. Jetzt soll m um $h = 2m$ empor gehoben werden. Die verrichtete Arbeit $W = 500 N \cdot 2m = \underline{\underline{1000 J}}$ wird dann als W_{pot} gespeichert. - Schon die Antike kannte die Produktform $\boxed{W_{pot}} = \boxed{F} \cdot \boxed{h}$ der potentiellen Energie und nutze sie. Vergrößert man den einem Faktor, so kann man den anderen entsprechend verkleinern und dennoch bleibt das Ergebnis gleich. Also: Man vergrößert die Wegstrecke und kann sich dafür Kraft sparen. Das war wichtig, denn die Kraft war limitiert.

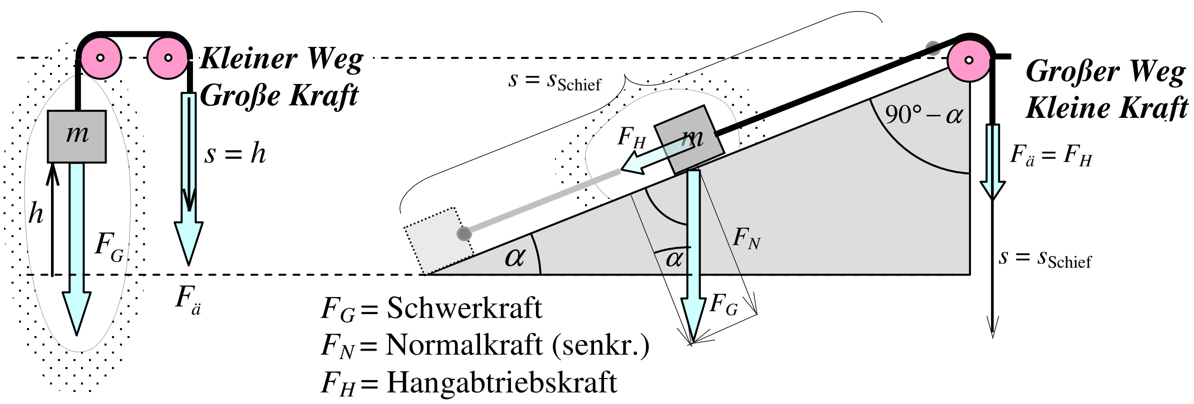
1) **Schiefe Ebene**

Als erstes entwickelte man die *Schiefe Ebene*, die Rampe, welche den Weg verlängert und dafür die Kraft mindert. Die Kraft wirkt senkrecht nach unten, aber nur die Komponente längs der Schräge, die *Hangabtriebskraft* F_H , wird wirksam. Die zweite Komponente, Die *Normalenkraft* F_N drückt lediglich die Fahrbahn ein und ist bei fester Straße bedeutungslos. Die Abb. zeigt: $\sin\alpha = \frac{\text{GK}}{\text{H}} = \frac{F_H}{F_G}$. Also verkleinert sich die wirksame Kraft zu $\boxed{F_H = F_G \cdot \sin\alpha}$.

Die Strecke ergibt sich aus $\sin\alpha = \frac{\text{GK}}{\text{H}} = \frac{h}{s}$, also verlängert sie sich auf $\boxed{s = \frac{h}{\sin\alpha}}$.

Das Produkt aus Kraft und Weg $F_G \cdot \cancel{\sin\alpha} \bullet \frac{h}{\cancel{\sin\alpha}} = F_G \cdot h$ bleibt gleich. Ergebnis:

Auf der schiefen Ebene erreicht man das gleiche W_{pot} mit geringerer Kraft und längerem Weg.

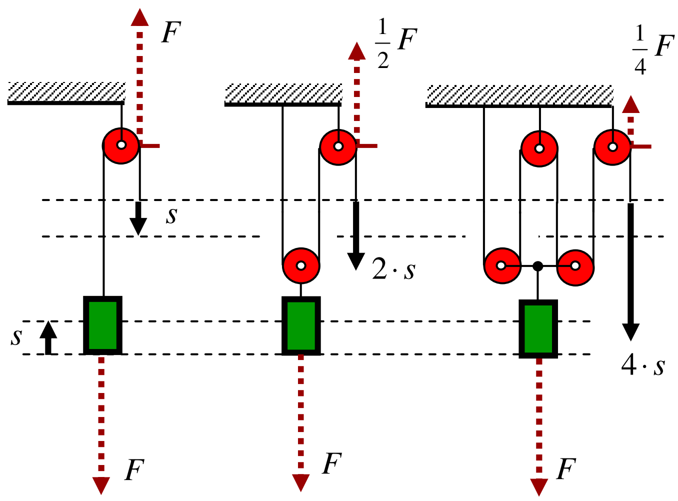


Aufgabe 23:

1) Eine Masse $m = 2t$ soll $h = 3m$ empor transportiert werden. Zwei Männer mit je $0,6\,kN$ sollen schieben. Wie stark muss eine Ebene geneigt sein, damit es gelingt?
2) Die Eisenbahn schafft max. 3% Steigung. Welche Kraft braucht ein 200t Zug?
3) Ein Radfahrer mit der Kraft 175N hat 68kg, sein Rad,12kg. Schafft er 24% Stg.?

2) **Flaschenzug am Beispiel des Kettenzuges**

Der Flaschenzug dient zum Heben von schweren Lasten. Auch hier wird die Wegverlängerung genutzt, um die erforderliche Kraft entsprechend zu verkleinern Bei *null* losen Rollen und einer festen Rolle findet lediglich eine Kraftumlenkung statt. Zug- und Hubweg stimmen hier überein und die äußere Kraft muss die volle Gewichtskraft F überwinden. Bei *einer* losen Rolle verkürzen sich beim Heben *zwei* Züge, sodass der Zugweg doppelt so groß wie der Hubweg ist. Eine Kraftmessung zeigt, dass die Gegenkraft jetzt nur noch die halbe Gewichtskraft beträgt.



Bei *zwei* losen Rollen verkürzen sich *vier* Züge, sodass der Zugweg viermal so groß wie der Hubweg wird. Eine Kraftmessung zeigt, dass die Gegenkraft nur noch ein viertel der Gewichtskraft beträgt. Wieder bestätigt sich, dass das Produkt $Kraft \times Weg$ denselben Wert erbringt.

Zusammenfassung:

Anz. d. losen Rollen	Zugweg	Kraft	Produkt = konst
0	s	F	$F \cdot s$
1	$2 \cdot s$	$F/2$	$F \cdot s$
2	$4 \cdot s$	$F/4$	$F \cdot s$

Aufgabe 24

1) Eine Last von $M = 2t$ soll von einem Jungen der Masse $m = 72\,kg$ mittels Flaschenzug emporgezogen werden. Zeige, dass der Flaschenzug 14 lose Rollen braucht.
2) Ein Flaschenzug hat vier lose Rollen. Es soll ein Klavier mit $m = 720\,kg$ empor gezogen werden. Zwei Jungen mit $m_1 = 65kg$ und $m_2 = 55kg$ hängen sich an das Zugseil.

3) **Hebelgesetz**

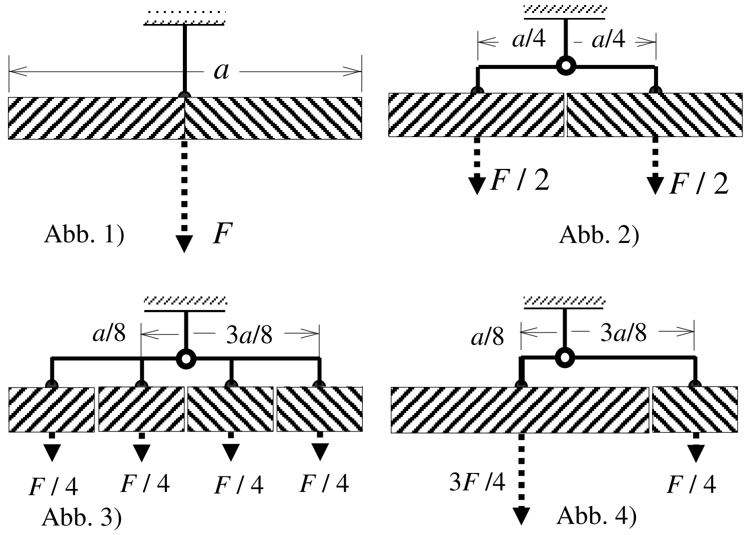
a) Herleitung

Abb. 1) Wird ein gleichförmiger Balken mittig aufgehängt, so ist er im Gleichgewicht.

Abb. 2) Nun wird der Balken mittig *geteilt* und die Teile werden wiederum mittig aufgehängt. Die Anordnung bleibt im Gleichgewicht.

Abb. 3) Die Teilung und Aufhängung wird wiederholt. Alles bleibt im Gleichgewicht.

Abb. 4) Nun werden die drei linken Teile wieder zusammen geklebt. Sie bleiben im Gleichgewicht, wenn sie insgesamt mittig aufgehängt werden.



Ergebnis: An Abb.4) erkennt man die Gleichgewichtsbedingung bzw. das Hebelgesetz

$$\underbrace{\frac{a}{8}}_{\text{linker Hebelarm}} \cdot \underbrace{\frac{3F}{4}}_{\text{Kraft links}} = \underbrace{\frac{3a}{8}}_{\text{rechter Hebelarm}} \cdot \underbrace{\frac{F}{4}}_{\text{Kraft rechts}}$$

Allgemein: $\boxed{r_1 \cdot F_1 = r_2 \cdot F_2}$ bzw.:

$\boxed{\text{Hebelarm}_1 \times \text{Kraft}_1 = \text{Hebelarm}_2 \times \text{Kraft}_2}$

Aufgabe 25

1) Handhebelarm und Locherhebelarm eines Bürolochers sind $8cm$ bzw. $1cm$ lang.
Um einen Papierstapel zu lochen, braucht man eine Kraft von $2\ kN$.
Mit welcher Kraft muss gedrückt werden?
2) Eine Türklinke ist $10cm$ lang und wird mit $6N$ niedergedrückt. Der Riegelweg beträgt $1{,}5cm$.
Wie groß ist die Federkraft der Rückholfeder im gedrückten Zustand
3) Ein Klavier von $800kg$ Masse soll von einem Kind mit einem „Kuhfuß" empor gehebelt werden. Das Kind kann eine Kraft von $250N$ aufbringen.
Welches Hebelarmverhältnis ist erforderlich?

Aufgabe1: Zeige, dass der Schwerpunkt bei $x_S = 3m$ liegt

x1 := 1 x2 := 2 x3 := 4 x4 := 6 m1 := 2 m2 := 3 m3 := 1 m4 := 2

$$xS := \frac{m1 \cdot x1 + m2 \cdot x2 + m3 \cdot x3 + m4 \cdot x4}{m1 + m2 + m3 + m4} \qquad xS = 3$$

Aufgabe 2: Wo liegt x_S? Wo ist der Vater, wenn der Sohn auf $6m$ zurück geglitten ist?

x1 := 10 m1 := 50 x2 := 14 m2 := 200 X1 := 6

$$xS := \frac{m1 \cdot x1 + m2 \cdot x2}{m1 + m2} \qquad xS = 13.2 \qquad X2 := \frac{m1 \cdot x1 + m2 \cdot x2 - m1 \cdot X1}{m2} \qquad X2 = 15$$

Aufgabe 3: Gib die Funktionsgleichungen der angegebenen Bewegungen an

a) s = 3 t + 2 b) s = -2 t + 8 c) s = 3 t +-5

Aufgabe 4: Gib den jeweiligen Beschleunigungswert a für alle obigen Aufgaben an

Alle Beschleunigungen sind null.

Aufgabe 5: Beim freien Fall hat die Beschleunigung den Wert g des Ortsfaktors

Beispiel	Zeit t in sec	0	1	2	3	4	5
Wertetab.	Geschw. v in m/s	0	-9,81	-19,632	-29,43	-39,24	-49,05

Aufgabe 6: Beim freien Fall gilt etwa $a = -10 m/s^2$. Fülle die Tabelle aus

Zeit t in s	0	1	2	3	4	5
Geschw. v in m/s	0	-10	-20	-30	-40	-50
Stelle s in m	0	-5	-20	-45	-80	-125

Aufgabe 7:
a) Recherchiere die Funktionsweise eines Mikroträgheitssensors Internet
b) Recherchiere die Funktionsweise des Gleichgewichtsorgans im Ohr Internet
c) Warum sinkt der Fallschirm mit konstanter Geschwindigkeit

Bei Stillstehen wirkt die konstante Schwerkraft nach unten. Bei Sinken kommt eine geschwindigkeitsabhängige Reibungskraft nach oben dazu. Solange die Sinkgeschw. klein ist, dominiert die Schwerkraft und die Sinkgeschw. steigt, wodurch auch die nach oben wirkende Reibungskraft steigt. Die Sinkgeschwindigkeit erreicht ihr Maximum, wenn sich beide Kräfte kompensieren. In diesem Fall ist die Gesamtkraft = 0 und der Fallschirm sinkt mit dieser Endgeschwindigkeit weiter. Der Fallschirm ist ein Beispiel dafür, dass F = 0 nicht mit Ruhe, sondern mit v = const bzw. a = 0 einher geht.

Aufgabe 8: Ein Schlitten der Masse $m = 12 kg$ wird const

m := 12 F := 500 t := 5

$$a := \frac{F}{m} \qquad a = 41.667 \qquad \Delta v := a \cdot t \qquad \Delta v = 208.333$$

$\boxed{\textbf{Aufgabe 9}}$: Ein Tennisschläger wirkt mit 1 kN für 0,01 s auf den Ball von $m = 50g$

$F := 1000$ $\Delta t := 0.01$ $m := 0.05$ $\Delta p := F \cdot \Delta t$ $\Delta p = 10$ $\Delta v := \frac{\Delta p}{m}$ $\Delta v = 200$

$\boxed{\textbf{Aufgabe 10}}$: Konstruiere die Zeichnung für $t_1 = 2s,\ t_2 = 4s,\ t_3 = 10s,\ t_4 = 12s$

$m := 1$ $F := 1$ $t1 := 2$ $t2 := 4$ $t3 := 10$ $t4 := 12$ $a := \frac{F}{m}$ $a = 1$

Anfangsort: $x1 := 0$ Anfangsgeschw $v1 := 0$

Geschw.*zu*nahme durch <u>konst Beschl</u>: Neue Geschw $v2 := a \cdot (t2 - t1) + v1$ $v2 = 2$

Orts*zu*nahme durch <u>konst Beschl</u>: Neuer Ort $x2 := \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t2 - t1)^2 + x1$ $x2 = 2$

<u>Konst Geschw</u> v2 von t2 bis t3
Orts*zu*nahme durch k<u>onst Geschw</u>: Neuer Ort $x3 := v2 \cdot (t3 - t2) + x2$ $x3 = 14$

Geschw.*ab*nahme durch <u>konst Bremsen</u>: Neue Geschw $v3 := -a \cdot (t4 - t3) + v2$ $v3 = 0$

Orts*zu*nahme durch <u>konst Bremsen</u>: Neuer Ort $x4 := \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t4 - t3)^2 + x3$ $x4 = 16$

$\boxed{\textbf{Aufgabe 11}}$: Eine Lampe ($m = 4kg$) hängt an der Wandhalterung mit $\alpha = 80°, \beta = 55°$

$F := 4 \cdot 9.81$ $F = 39.24$ $\alpha := 80 \cdot \mathrm{Grad}$ $\beta := 55 \cdot \mathrm{Grad}$ $\gamma := 180 \cdot \mathrm{Grad} - \alpha - \beta$ $\gamma = 45\,\mathrm{Grad}$

$FZ := \frac{\sin(\beta)}{\sin(\gamma)} \cdot F$ $FZ = 45.458$ $FD := \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\gamma)} \cdot F$ $FD = 54.651$

$\boxed{\textbf{Aufgabe 12}}$: Ein Auto ($m = 800kg$) fährt eine Straße mit 14% Steigung hinauf

$m := 800$ $F := m \cdot 9.81$ $F = 7848$ $Stg := 0.14$ $\alpha := \mathrm{atan}(Stg)$ $\alpha = 7.97\,\mathrm{Grad}$

$FH := F \cdot \sin(\alpha)$ $FH = 1088.1$

$\boxed{\textbf{Aufgabe 13}}$: Gib weitere Beispiele für das 3. Newtonsche Gesetz an

Recherchieren

$\boxed{\textbf{Aufgabe 14}}$ *Klimmzug* Während der ersten 0,1s beschleunigt der Körper m mit a , danach bewegt er sich gleichförmig. In der ersten Phase muss die Reckstange durch Durchbiegung die Gewichtskraft F_Gewicht = mg und die Trägheitkraft F_Trägheit = ma ausgleichen. In der zweiten Phase entfällt F_Trägheit.

<u>Welcher Faden reißt zuerst ?</u>

Eine Masse M hängt an deinen dünnen Faden ohne dass dieser reißt. Unter M wird ein gleichartiger Faden mit Halterung angebracht. Dort werden schrittweise kleine Teilmassen m aufgelegt. Nach zehn Teilmassen reißt der obere Faden. Was könnte geschehen, wenn die zehn Teilmassen auf einmal auf die Halterung geworfen werden? Antworte und begründe

Bei schrittweisem Auflegen von x Teilmassen m muss die Fadenspannung des oberen Fadens die Gewichtskraft Mg + x* mg ausgleichen, während der untere durch seine Spannung nur die Gewichtskraft x* mg abzufangen braucht. Erreicht x den Wert 10, so reißt der obere Faden, der untere noch nicht.
Bei plötzlichem Aufwerfen, müssen die x Teilmassen erst abgebremst werden, also eine Beschleunigung a nach oben erfahren. Der untere Faden muss daher außer der Gewichtskraft x*mg außerdem deren Trägheitskraft x*ma abfangen, das könnte zuviel sein, so dass er vor dem oberen reißt..

Aufgabe 15: Zur Trägheit gibt es noch weitere „Zaubertricks“ Recherchiere

Aufgabe 16: Wähle $m_1 = 1kg, m_2 = 2kg$. Die beiden Massen stoßen sich mit $v_1 = 2m/s$ und $v_2 = -5m/s$. Berechne für den elastischen und inelastischen Stoß zunächst die Geschwindigkeiten u_1, u_2 nach dem Stoß, dann alle Impulse und Energien. Bestätige die Erhaltungssätze

$m1 := 1$ $m2 := 2$ $v1 := 2$ $v2 := -5$

Elastischer Stoß:

$u1 := \frac{(m1 - m2) \cdot v1 + 2 \cdot m2 \cdot v2}{m1 + m2}$ $u1 = -7.333$ $u2 := \frac{2 \cdot m1 \cdot v1 + (m2 - m1) \cdot v2}{m1 + m2}$ $u2 = -0.333$

Impuls vorher $pv := m1 \cdot v1 + m2 \cdot v2$ $pv = -8$

Impuls nachher $pn := m1 \cdot u1 + m2 \cdot u2$ $pn = -8$

Energie vorher $Wv := \frac{1}{2} \cdot m1 \cdot v1^2 + \frac{1}{2} \cdot m2 \cdot v2^2$ $Wv = 27$

Energie nachher $Wn := \frac{1}{2} \cdot m1 \cdot u1^2 + \frac{1}{2} \cdot m2 \cdot u2^2$ $Wn = 27$

Vollständig inelastischer Stoß:

$u1 := \frac{m1 \cdot v1 + m2 \cdot v2}{m1 + m2}$ $u1 = -2.667$ $u2 := u1$ $u2 = -2.667$

Impuls vorher $pv := m1 \cdot v1 + m2 \cdot v2$ $pv = -8$

Impuls nachher $pn := m1 \cdot u1 + m2 \cdot u2$ $pn = -8$

Energie vorher $Wv := \frac{1}{2} \cdot m1 \cdot v1^2 + \frac{1}{2} \cdot m2 \cdot v2^2$ $Wv = 27$

Energie nachher $Wn := \frac{1}{2} \cdot m1 \cdot u1^2 + \frac{1}{2} \cdot m2 \cdot u2^2$ $Wn = 10.667$ $\Delta W := Wn - Wv$ $\Delta W = -16.333$

Aufgabe 17

$m = 100g$ wird um $s = 1m$ angehoben. Berechne ΔW_{pot}

$m := 0.1$ $s := 1$ $g := 9.81$ $\Delta W\_pot := m \cdot g \cdot s$ $\Delta W\_pot = 0.981$

Das kreisförmige Oberbecken eines Pumpspeicherwerkes mit $r = 100m$ und $h = 4m$ liegt $h = 120m$ über dem Unterbecken. Wieviel Energie kann gespeichert werden?

$r := 100$ $h := 4$ $\rho := 1000$ $g := 9.81$ $H := 120$ $V := \pi \cdot r^2 \cdot h$ $V = 1.257 \times 10^5$

$m := \rho \cdot V$ $m = 1.257 \times 10^8$ $\Delta W\_pot := m \cdot g \cdot H$ $\Delta W\_pot = 1.479 \times 10^{11}$

Aufgabe 18: Ein Auto ($m = 1,2t$) hat eine kin. Energie von $600kJ$. Wie schnell fährt es

$m := 1200$ $W\_kin := 600 \cdot 10^3$ $v := \sqrt{\frac{2 \cdot W\_kin}{m}}$ $v = 31.623$

Aufgabe 19: Die Spannfeder einer Federpistole hat die Federkonstante $D = 30kN/m$. Die Feder wird um $x = 4cm$ zusammen gedrückt. Es wird eine Kugel mit $m = 3g$ verschossen

$D := 30 \cdot 10^3$ $x := 0.04$ $m := 3 \cdot 10^{-3}$ $g := 9.81$

a) Spannenergie $W\_pot := \frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2$ $W\_pot = 24$

b) Mündungsgeschw. $v := \sqrt{\frac{2 \cdot W\_pot}{m}}$ $v = 126.491$

c) Inelastischer Stoß $v1 := v$ $m1 := m$ $v2 := 0$ $m2 := 0.1$ $u := \frac{m1 \cdot v1 + m2 \cdot v2}{m1 + m2}$ $u = 3.684$

d) Steighöhe $h := \frac{W\_pot}{m \cdot g}$ $h = 815.494$ (Ohne Luftreibung)

Aufgabe 20: Berechne jeweils die *mittlere* Leistung

a) $m := 120$ $t := 2$ $h := 1.4$ $g := 9.81$ $W := g \cdot m \cdot h$ $W = 1.648 \times 10^3$ $:= W \cdot t^{-1}$ $P = 824.04$

b) $m := 1200$ $t := 3$ $v := \frac{108}{3.6}$ $v = 30$ $W := 0.5 \cdot m \cdot v^2$ $W = 5.4 \times 10^5$ $P := W \cdot t^{-1}$ $P = 1.8 \times 10^5$

c) $D := 2000$ $t := 0.02$ $x := 0.05$ $W := 0.5 \cdot D \cdot x^2$ $W = 2.5$ $P := W \cdot t^{-1}$ $P = 125$

Aufgabe 21: Wie groß ist die max. Beschl. eines Trabis mit $P = 15kW$ bei $v = 80 km/h$?

$P := 15 \cdot 10^3$ $v := \frac{80}{3.6}$ $v = 22.222$ in m / s Masse des Trabis bekanntlich: $m := 600$ kg

$a := \frac{P}{m \cdot v}$ $a = 1.125$

D. h.: Bei 80 km/h kann der Trabi seine Geschw. maximal um $a \cdot 3.6 = 4.05$ km / h pro sec erhöhen.

Aufgabe 22

1) Wie hoch kann man Wasser spritzen, das mit 15*m/s* die Düse verlässt?
2) Beim Schlagballwerfen wird der Ball mit 20*m/s* unter 60° aus 1,8*m* Höhe abgestoßen. Berechne Scheitelhöhe, Wurfdauer und Wurfweite.
3) 1,5*m* über dem Boden wird eine Kugel waagerecht abgeschleudert. Sie fliegt in horizontaler Richtung gemessen 4*m* weit. Wie lange war sie unterwegs? Mit welcher Geschwindigkeit wurde sie abgeschossen? Unter welchem Winkel trifft sie am Boden auf?
4) Ein unerfahrener Pilot lässt einen schweren Versorgungssack genau senkrecht über dem Zielpunkt aus der in 500*m* Höhe horizontal fliegenden Maschine fallen. Der Sack schlägt 1,0 *km* vom Ziel entfernt auf. Welche Geschwindigkeit hatte das Flugzeug?

Zum Kopfrechnen: Verwende anstatt g = 9,81 den Näherungswert $g := 10$

1) Senkrechter Wurf: Am höchsten Pkt ist die Steiggeschw. = 0. Also v = - g t + v0 nach t umstellen

$v0 := 15$ $t := \frac{v0}{g}$ $t = 1.5$ Steighöhe während der Zeit $s := -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v0 \cdot t$ $s = 11.25$

2) $v0 := 20$ $\alpha := 60 \cdot Grad$ $z0 := 1.8$ $g := 10$

Die Anfangsgeschwindigkeit muss in ihre beiden Komponenten zerlegt werden:

Weite : $v0x := v0 \cdot \cos(60 \cdot Grad)$ $v0x = 10$ Höhe : $v0z := v0 \cdot \sin(60 \cdot Grad)$ $v0z = 17.321$

Steigzeit Die Steigzeit folgt aus 0 = - g t + v0z $g := 10$ $t := \frac{v0z}{g}$ $t = 1.732$ $v0z := v0z$

Steighöhe Höhe während der Steigzeit $z := -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v0z \cdot t + z0$ $z = 16.8$

Wurfdauer Die Flugzeit endet, wenn z(t) = - 0,5 g t^2 + v0z * t +z0 null ist.

Das liefert eine quadr. Gl $Z(T) := -0.5 \cdot g \cdot T^2 + v0z \cdot T + z0$

$V := Z(T) \text{ koeff}, T \rightarrow \begin{pmatrix} 1.8 \\ v0z \\ -5.0 \end{pmatrix}$ $TT := \text{nullstellen}(V)_1$ $TT = 3.565$

Wurfweite Flugweite in x-Richtung während der Wurfdauer: $X := v0x \cdot TT$ $X = 35.651$

3) Die Fallzeit hängt nicht von der Bewegung in x-Richtung ab, sondern nur davon,

wieviel Zeit für die $z0 := 1.5$ Fallhöhe benötigt wird. $Z(T) := -0.5 \cdot g \cdot T^2 + z0$

$V := Z(T) \text{ koeff}, T \rightarrow \begin{pmatrix} 1.5 \\ 0 \\ -5.0 \end{pmatrix}$ $TT := \text{nullstellen}(V)_1$ $TT = 0.548$

Weil sie während dessen in x-Richtung $X := 4$ Meter weit fliegt, muss ihre Abschussgeschw.

in x-Richtung $v0x := \frac{X}{TT}$ $v0x = 7.303$ betragen.

Die Geschw. in z-Richtung beträgt beim Aufschlag $vz := -g \cdot TT$ $vz = -5.477$

Somit beträgt der Aufschlagwinkel $\alpha := \operatorname{atan}\left(\frac{vz}{v0x}\right)$ $\alpha = -36.87\,\text{Grad}$

4) Wie Aufgabe 3) $z0 := 500$ $Z(T) := -0.5 \cdot g \cdot T^2 + z0$

$V := Z(T)\ \text{koeff}, T \rightarrow \begin{pmatrix} 500 \\ 0 \\ -5.0 \end{pmatrix}$ $TT := \text{nullstellen}(V)_1$ $TT = 10$ $X := 1000$ $v0x := \frac{X}{TT}$ $v0x = 100$

Aufgabe 23

1) Eine Masse $m = 2t$ soll $h = 3m$ empor transportiert werden. Zwei Männer mit je $0{,}6kN$ sollen schieben. Wie stark muss eine Ebene geneigt sein, damit es gelingt?
2) Die Eisenbahn schafft max. 3% Steigung. Welche Kraft braucht ein 200*t* Zug?
3) Ein Radfahrer mit der Kraft 175*N* hat 68*kg*, sein Rad,12*kg*. Schafft er 24% Stg.?

1) $F := 2 \cdot 600$ $m := 2000$ $g := 10$ $FG := m \cdot g$ $FG = 2 \times 10^4$ $\alpha := \operatorname{asin}\left(\frac{F}{FG}\right)$ $\alpha = 3.44\,\text{Grad}$

2) $Stg := 0.03$ $\alpha := \operatorname{atan}(Stg)$ $\alpha = 1.718\,\text{Grad}$ $m := 200 \cdot 10^3$ $FH := m \cdot g \cdot \sin(\alpha)$ $FH = 59.973 \times 10^3$

3) $F := 175$ $mF := 68$ $mR := 12$ $\alpha FR := \operatorname{asin}\left[\frac{F}{(mF + mR) \cdot g}\right]$ $\alpha FR = 12.636\,\text{Grad}$ $StgFR := \tan(\alpha FR)$

$StgFR = 0.224$

Aufgabe 24

1) $M := 2000$ $m := 72$ $\frac{1}{2} \cdot \frac{M}{m} = 13.889$

2) $m := 720$ $m1 := 65$ $m2 := 55$ $n := \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{m1 + m2}$ $n = 3$

Aufgabe 25

1) Handhebelarm und Locherhebelarm eines Bürolochers sind 8*cm* bzw. 1*cm* lang.
   Um einen Papierstapel zu lochen, braucht man eine Kraft von 2 *kN* .
   Mit welcher Kraft muss gedrückt werden?
2) Eine Türklinke ist 10*cm* lang und wird mit 6*N* niedergedrückt. Der Riegelweg beträgt 1,5*cm*.
   Wie groß ist die Federkraft der Rückholfeder im gedrückten Zustand
3) Ein Klavier von 800*kg* Masse soll von einem Kind mit einem „Kuhfuß" empor gehebelt werden. Das Kind kann eine Kraft von 250*N* aufbringen. Hebelarmverhältnis?

1) $F2 := 2000$ $r1 := 0.08$ $r2 := 0.01$ $F1 := \frac{F2 \cdot r2}{r1}$ $F1 = 250$

2) $r1 := 0.1$ $F1 := 6$ $r2 := 0.015$ $F2 := \frac{F1 \cdot r1}{r2}$ $F2 = 40$

3) $F1 := 800 \cdot g$ $F1 = 8000$ $F2 := 250$ $\frac{F1}{F2} = 32$